

UNIVERSITETET I OSLO ØKONOMISK INSTITUTT

Eksamen i: ECON2200 – Matematikk 1/Mikroøkonomi 1
Exam: ECON2200 – Mathematics 1/Microeconomics 1

Eksamensdag: Fredag 26. mai 2006
Date of exam: Friday, May 26, 2006

Sensur kunngjøres: Fredag 16. juni
Grades will be given: Friday, June 16

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 15:00
Time for exam: 09:00 a.m. – 03:00 p.m.

Oppgavesettet er på 7 sider
The problem set covers 7 pages

English version on page 4

Tillatte hjelpemidler:

- Ingen tillatte hjelpemidler

Resources allowed:

- *No resources allowed*

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

The grades given: A-F, with A as the best and E as the weakest passing grade. F is fail.

-
- 1 (a) Finn $f'(K)$ når $f(K) = (1 - K^2)^2$.
- (b) Hvis $Y = F(K, t)$ og $K = K_0 e^{-rt}$, finn et uttrykk for dY/dt . Se spesielt på tilfellet der $Y = F(K, t) = K(t + a)^{1/2}$, der $K = K_0 e^{-rt}$. For hvilken verdi av t er $dY/dt = 0$ i dette tilfellet? (Alle konstantene er positive.)
- (c) Hvis $G(K, L) = K^2 - KL^3 + 8L$, finn stigningstallet til nivåkurven $G(K, L) = 9$ i punktet $(K, L) = (1, 2)$.
- 2 En bedrift produserer to varer A og B . Sammenhengen mellom pris og etterspørsel er gitt ved henholdsvis

$$p_A = 900 - 2x - 2y \quad \text{og} \quad p_B = 1400 - 2x - 4y$$

når bedriften produserer og selger x enheter av A -varen og y enheter av B -varen. Kostnadene er gitt ved

$$K_A = 7\,000 + 100x + x^2 \quad \text{og} \quad K_B = 10\,000 + 6y^2$$

- (a) Vis at bedriftens profitten blir gitt ved

$$\pi(x, y) = -3x^2 - 10y^2 - 4xy + 800x + 1\,400y - 17\,000$$

- (b) Finn de verdiene av x og y som maksimerer profitten. (Påvis at profitten er maksimert.)
- (c) Anta at bedriften blir pålagt å produsere bare 60 enheter til sammen. Bruk Lagranges metode til å finne de verdiene av x og y som nå maksimerer profitten.

Oppgave 3

Vi ser på et produktmarked med mange små tilbydere og etterspørrere som hver betrakter prisene som gitte størrelser. Etterspurt kvantum er en fallende funksjon av prisen etterspørrerne må betale, og tilbudt kvantum er en stigende funksjon av prisen produsentene får.

- (a) Gjør kort rede for hvordan vi kommer fram til markedets tilbudskurve.
- (b) Vis hvordan likevektspris og -kvantum blir bestemt når det ikke er offentlige inngrep i prisdannelsen.
- (c) Anta nå at produsentene pålegges å betale en avgift a per enhet produsert. Bruk implisitt derivasjon til å vise hvordan en slik avgift påvirker omsatt kvantum, markedspris og pris til produsent. Forklar resultatet ved hjelp av en figur.
- (d) Anta at på lang sikt er tilbudskurven i dette markedet nær horisontal. Hvilke implikasjoner har dette for virkningene av avgiften? Hva kan forklare at tilbudskurven er horisontal på lang sikt?

Oppgave 4

Vi ser på et individs avveining mellom mengden fritid (f) og et forbrugsgode (x), når hun har en total tid T til disposisjon som kan brukes på fritid (f) eller lønnet arbeid (h). Prisen på forbrugsgodet er p og timelønna er w . Inntekt blir beskattet med en konstant skattesats t , og individet mottar en overføring S som er uavhengig av inntekt.

- (a) Still opp individets budsjettbetingelse. Hva er den økonomiske tolkningen av helningen langs budsjettlinjen i et (f, x) -diagram?

Individets nytte avhenger positivt av fritid og forbrugsgoder, og vi antar at begge er normale goder, det vil si at individet ønsker mer av begge med økt inntekt. La $U(f, x)$ være individets nyttefunksjon.

- (b) Tegn opp og forklar kort hva en indifferenskurve er. Hva er den økonomiske tolkningen av helningen langs en indifferenskurve? Finn det matematiske uttrykket for helningen langs kurven.
- (c) Utled individets tilbud av arbeid.
- (d) Analyser virkningen av en økning i skattesatsen t på individets tilbud av arbeid ved hjelp av en figur.
- (e) Anta nå at individets nyttefunksjon er $U(f, x) = x - c(T - f)$, der $c' > 0$ og $c'' > 0$. Hva blir helningen langs en indifferenskurve i dette tilfellet? Finn tilbudet av arbeid for et individ med denne nyttefunksjonen, og kommenter resultatet. Finn et uttrykk for virkningen av en økning i skattesatsen t på arbeidstilbudet. Vis at med denne spesielle nyttefunksjonen er ikke fritid et normalt gode.
- (f) Anta nå at individet er selvstendig næringsdrivende som får inntekt av å selge et produkt hun lager. Produktet har en eksogent gitt markedspris q . Mengden y den næringsdrivende produserer er bestemt av hvor mange timer hun jobber, h , og av

hennes talent, A . Talentet er eksogent bestemt. La produktfunksjonen være $y = G(h; A)$, hvor $G_h(h; A) > 0$, $G_{hh}(h; A) < 0$, $G_A(h; A) > 0$ og $G_{hA}(h; A) > 0$. Individets inntekt beskattes som lønnsinntekt. Sett opp individets budsjettbetingelse. Vi antar igjen at nyttefunksjonen har den generelle formen $U(f, x)$. Utled individets optimale valg av arbeidstid og forbruksgoder. Hvordan avhenger optimal arbeidstid av individets talent (størrelsen på A)?

-
- 1 (a) Find $f'(K)$ when $f(K) = (1 - K^2)^2$.
- (b) If $Y = F(K, t)$ and $K = K_0 e^{-rt}$, find an expression for dY/dt . Consider in particular the case $Y = F(K, t) = K(t + a)^{1/2}$, where $K = K_0 e^{-rt}$. For which value of t is $dY/dt = 0$ in this case? (All constants are positive.)
- (c) If $G(K, L) = K^2 - KL^3 + 8L$, find the slope of the level curve $G(K, L) = 9$ at the point $(K, L) = (1, 2)$.
- 2 A firm produces two commodities A and B . The relationship between price and demand for the two commodities are given by

$$p_A = 900 - 2x - 2y \quad \text{and} \quad p_B = 1400 - 2x - 4y$$

when the firm produces and sells x units of A and y units of B . The costs are

$$K_A = 7000 + 100x + x^2 \quad \text{and} \quad K_B = 10000 + 6y^2$$

- (a) Show that the firm's profit is given by

$$\pi(x, y) = -3x^2 - 10y^2 - 4xy + 800x + 1400y - 17000$$

- (b) Find the values of x and y that maximize profit. (Verify that profit is maximized.)
- (c) Suppose the firm is required to produce only 60 units in all. Use the Lagrange method to find those values of x and y that now maximize profit.

Problem 3

A product market has many small buyers and sellers. Each of them regards the prices as exogenous. The output demanded is a decreasing function of the price the buyers have to pay and the output supplied is an increasing function of the price the sellers get.

- (a) Briefly describe how we derive the market supply curve.
- (b) Show how the equilibrium price and output is determined when there is no government intervention in the market.
- (c) Now assume that the producers have to pay a fee a per unit of output. Use implicit differentiation to show how such a fee affects output, the market price and the producer's price.
- (d) Assume that the supply curve is horizontal in the long run. What are the implications for the effect of the output tax? How would you explain that the supply curve is horizontal in the long run?

Problem 4

We consider an individual's tradeoff between the amount of leisure (f) and a consumption good (x) when her available time T can be used for either leisure (f) or paid work (h). The price of the consumption good is p the hourly wage rate is w . Income is taxed at a constant rate t and the individual receives a transfer S that is independent of income.

- (a) Formulate the individual's budget condition. What is the economic interpretation of the slope along the budget line in the (f,x) -diagram?

The individual's utility is increasing in both leisure and the consumption good. Both leisure and the consumption good are assumed to be normal, that is, the individual wants more of both when income increases. Let $U(f, x)$ be the utility function of the individual.

- (b) Draw and explain an indifference curve. What is the economic interpretation of the slope along an indifference curve? Find the mathematical expression for the slope along an indifference curve.
- (c) Derive the individual's labour supply.
- (d) Use a figure to analyze the effect of an increase in the tax rate t on the labour supply.
- (e) Then assume that the individual's utility function is $U(f, x) = x - c(T - f)$, where $c' > 0$ and $c'' > 0$. What is the slope along an indifference curve in this case? Derive the labour supply of an individual with this utility function and comment on the result. Find an expression for the effect of an increase in the tax rate on the labour supply. Show that with this particular utility function, leisure is not a normal good.
- (f) Now assume that the individual runs an independent business and earns income from the product she makes. The product has an exogenously given market price q . The amount she produces is increasing in the number of hours she works (h) and her talent, A . Her talent is exogenously given. Let $y = G(h; A)$ be the

production function, where $G_h(h; A) > 0$, $G_{hh}(h; A) < 0$, $G_A(h; A) > 0$ and $G_{hA}(h; A) > 0$. The individual's income is taxed the same way as wage income. Write the budget condition of the individual. Again we assume that the utility function has the general form $U(f, x)$. Derive the individual's optimal choice of number of hours worked and consumption goods. How does the optimal number of hours worked depend on her talent (the size of A)?