Eksamen ECON2200 21. mai 2010, Økonomisk institutt, Universitetet i Oslo

Sensorveilednig, inkludert fordeling av prosentandeler på delspørsmål.

Vi gir poeng for hvert svar. Maksimalt poengtall på hver oppgave svarer til den vekt som er oppgitt i prosent. Maksimal total poengsum blir dermed 100. Vi vil senere komme tilbake til poenggrenser som kreves for bestått og de enkelte karakterer.

Det er ikke noe i veien for å gi halve poeng. Der noen har gitt ekstra gode svar og overoppfylt kravet, kan det gjerne gis et skjønnsmessig bonuspoeng eller to. I prinsippet kan en dermed får mer enn 100 totalt, men i praksis vil slike bonuspoeng tjene til eventuelt å vippe kandidatene over poenggrensene for de enkelte karakterene.

Det var en trykkfeil i oppgave 6(b), som ble rettet ved at faglærer gikk rundt i eksamenslokalet etter at ca. to og en halv av seks timer var tilbakelagt. Oppgaveteksten var ment å se ut som den er gjengitt nedenfor, med $U(x,y) = y + \theta \cdot \ln x$, og med konstanten θ gjengitt to ganger i fortsettelsen av teksten til 6(b). I stedet var det, pga. problemer med ulike Word-versjoner, blitt $U(x,y) = y + q \times \ln x$, og i fortsettelsen var den første θ-en blitt byttet ut med q. Siden rettelsen ble kunngjort meget tydelig i alle deler av eksamenslokalet, og i tillegg direkte på tomannshånd til dem som ba om det, skal det ikke være nødvendig å ta hensyn til dette ved sensuren.

Oppgave 1 (12 %)

Deriver følgende funksjoner med hensyn på alle argumenter

(a) **(2 %)** $f(x) = 3x^2 - 3x^{-2}$ *Løsning*: $f'(x) = 6x + 6x^{-3}$

(b) **(2 %)** $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ *Løsning:* $f'(x) = \dfrac{1-\ln x}{x^2}$

(c) **(2 %)** $f(x) = F(g(x), h(x))$ *Løsning:* $f'(x) = \dfrac{\partial F}{\partial g} g' + \dfrac{\partial F}{\partial h} h'$

(d) **(2 %)** $f(x) = e^{-2x}$ *Løsning:* $f'(x) = -2e^{-2x}$

(e) **(2 %)** $h(t,s) = (t-s)^2 + (t+s)^{-2}$ *Løsning:* $\dfrac{\partial h}{\partial t} = 2(t-s) - 2\left(t+s\right)^{-3}$ og

$$\frac{\partial h}{\partial s} = -2(t-s) - 2\left(t+s\right)^{-3}.$$

(f) **(2 %)** Finn den femtederiverte av funksjonen i (d). *Løsning:* Vi ser raskt mønsteret,

$f^{(n)} = \left(-2\right)^n e^{-2x}$, og spesielt $f''''' = \left(-2\right)^5 e^{-2x} = -32e^{-2x}$.

Oppgave 2 (12 %)

For hver av påstandene nedenfor, avgjør om den er sann eller usann. Begrunn svaret.

(a) **(2 %)** $\dfrac{x+\ln y-3}{x-3}=1+\dfrac{\ln y}{x-3}$ *Løsning:* Sant, $\dfrac{x+\ln y-3}{x-3}=\dfrac{x-3}{x-3}+\dfrac{\ln y}{x-3}=1+\dfrac{\ln y}{x-3}$

(b) **(3 %)** $e^{3+2\ln x}=(3x)^2$ *Løsning:* Usant, $e^{3+2\ln x}=e^3x^2$

(c) **(3 %)** Dersom $g(r)=\max_x\left(rx-x^2\right)=rx^*(r)-\left(x^*(r)\right)^2$, så er $g'(r)=x^*(r)$. Her er $x^*(r)$ den optimale verdien av x gitt r. *Løsning:* Sant, omhylningsteoremet. Det er også mulig å finne løsningen ved å se på førsteordensbetingelsen for maksimum m.h.p. *x*, nemlig $r-2x=0$. Om vi deriverer $rx-x^2$ m.h.p. *r*, finner vi $x+(r-2x)\dfrac{dx}{dr}$, som blir lik *x* når vi tar hensyn til den nevnte førsteordensbetingelsen.

(d) **(3 %)** Ta utgangspunkt i følgende sanne opplysning: Funksjonen $f(x,y)=x^2-4x+4+y^2+5xy-10y$ har et stasjonærpunkt i $x=2$ og $y=0$. Du skal ta stilling til følgende: Punktet er et minimumspunkt. *Løsning:* Usant, andreordensbetingelsene er ikke tilfredsstilt. De partielt deriverte av første orden er $\dfrac{\partial f}{\partial x}=2x-4+5y$ og $\dfrac{\partial f}{\partial y}=2y-10+5x$. De partielt deriverte av andre orden er $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}=2$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=2$, og $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}=5$. Når de to første av disse er positive, tyder det på et minimumspunkt, men kvadratet av den andreordens kryssderiverte er så stor at den tredje betingelsen ikke er oppfylt, vi har $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}-\left(\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}\right)^2=4-25=-21<0$.

Oppgave 3 (6 %)

Maksimer $x+3y$ gitt bibetingelsen $\ln x+\ln y=\ln 12$ ved hjelp av Lagranges metode.

Løsning: Merk at oppgaven krever en viss evne til å manipulere logaritmefunksjonen for å komme i mål.

$L=x+3y-\lambda(\ln x+\ln y-\ln 12)$

$FOB:1=\dfrac{\lambda}{x};3=\dfrac{\lambda}{y};$ gir $x=3y$

Setter inn i bibetingelsen $\ln 3y+\ln y=\ln 12$

Forenkler $2\ln y=\ln 12-\ln 3$

Det gir $y^2=12/3=4; y=2, x=6$

Oppgave 4 (12 %)

Betrakt en bedrift som produserer en produktmengde x med kostnadsfunksjonen
$c(x) = \frac{x^2}{64} + \frac{x}{1+x}$.

(a) **(4 %)** Vis at funksjonen er voksende for alle positive x, at den er konkav for små positive x og konveks for større verdier av x. Finn vendepunktet, både x-verdien og funksjonsverdien.

Løsning: Her finner vi $c'(x) = \frac{x}{32} + \frac{1}{(x+1)^2}$, som er positiv når $x \geq 0$. Videre finner vi $c''(x) = \frac{1}{32} - \frac{2}{(x+1)^3}$, som er strengt positiv hvis og bare hvis $(x+1)^3 > 64$, dvs. $x > 3$, ellers negativ. Dermed har vi vendepunktet $(x, c(x)) = \left(3, \frac{57}{64}\right) \approx (3, 0{,}89)$.

(b) **(4 %)** Vis at gjennomsnittskostnaden er avtakende for små positive x og voksende for større verdier av x. Finn minimumspunktet, både x-verdien og den tilhørende gjennomsnittskostnaden.

Løsning: Her finner vi $\bar{c}(x) = \frac{c(x)}{x} = \frac{x}{64} + \frac{1}{x+1}$, som er positiv når $x \geq 0$. Videre finner vi $\bar{c}'(x) = \frac{d\frac{c(x)}{x}}{dx} = \frac{1}{64} - \frac{1}{(x+1)^2}$, som er strengt positiv hvis og bare hvis $(x+1)^2 > 64$, dvs. $x > 7$, ellers negativ. Dermed har vi minimumspunktet $(x, \bar{c}(x)) = \left(7, \frac{15}{64}\right) \approx (7, 0{,}23)$.

(c) **(4 %)** Finn bedriftens tilbudsfunksjon i frikonkurranse på invers form, dvs. en likning der p som funksjon av x beskriver tilbudet, sammen med en ulikhet som gir betingelsen for at bedriften ønsker å tilby $x > 0$.

Løsning: Når prisen blir større enn minimum gjennomsnittskostnad, $p > 15/64$, vil bedriften ønske å tilby et kvantum som gir pris lik grensekostnad, altså
$p = c'(x) = \frac{x}{32} + \frac{1}{(x+1)^2}$.

Oppgave 5 (17 %)

Betrakt de to produktfunksjonene $x = f(n,k) = An^{1/4}k^{1/5}$ og $x = g(n,k) = Bn^{1/2}k^{2/5}$, der A og B er positive konstanter. Anta at de to innsatsfaktorene kan kjøpes til konstante faktorpriser w og q.

(a) **(3 %)** Finn en formel for isokvantene for f-funksjonen. Vis at for hver x gir formelen oss k som en avtakende, konveks funksjon av n.

> *Løsning:* En isokvant er definert ved $x = f(n,k) = An^{1/4}k^{1/5}$, som gir $k = n^{-5/4}\left(x/A\right)^5$. Første- og andreordens partielt deriverte mhp. n er $\partial k/\partial n = -(5/4)n^{-9/4}\left(x/A\right)^5$, som er negativ, og $\partial^2 k/\partial n^2 = (45/16)n^{-13/4}\left(x/A\right)^5$, som er positiv. Dermed er k avtakende og konveks som funksjon av n.

(b) **(2 %)** Finn en formel for isokvantene for g-funksjonen.

> *Løsning:* Her finner vi, på samme måte som foran, $k = n^{-5/4}\left(x/B\right)^{5/2}$. (Denne er også avtakende og konveks, men det er det ikke spurt om.)

(c) **(3 %)** Hva blir $f(1,1)$? Hva blir $g(1,1)$? Finn formler for de to isokvantene, for f-funksjonen og g-funksjonen, som går gjennom punktet $n = 1$, $k = 1$.

> *Løsning:* Vi finner $f(1,1) = A$ og $g(1,1) = B$. Isokvantene gjennom disse punktene blir i begge tilfeller $k = n^{-5/4}$.

(d) **(3 %)** Drøft de to påstandene: "Isokvanten for f-funksjonen og isokvanten for g-funksjonen er de samme for hver verdi av x." "Isokvanten for f-funksjonen og isokvanten for g-funksjonen er de samme når $x = \frac{A^2}{B}$."

> *Løsning:* Gjennom ethvert punkt i planet, (n_0, k_0), har f en isokvant $k = n^{-5/4}\left(f(n_0,k_0)/A\right)^5$, mens g har en isokvant $k = n^{-5/4}\left(g(n_0,k_0)/B\right)^{5/2}$. Men disse uttrykkene er identiske, siden $\left(f(n_0,k_0)/A\right)^5 = n_0^{5/4}k_0 = \left(g(n_0,k_0)/B\right)^{5/2}$. Dette kan vi se enklere ved å observere at begge isokvantene er en konstant multiplisert med funksjonen $n^{-5/4}$, og at konstanten må være den samme siden funksjonene skal gjennom samme punkt i planet. Derfor er isokvantene til de to funksjonene gjennom ethvert punkt (n,k) identiske kurver. Dette gjelder hele isokvant-kartet.
>
> Men generelt (for alle x-verdier utenom 0 og A^2/B) vil ikke de to isokvantene gjennom et punkt i planet, for henholdsvis f-funksjonen og g-funksjonen, svare til samme produktmengde x. I økonomisk forstand dreier det seg derfor om to ulike isokvanter. Når vi tar utgangspunkt i en gitt x forskjellig fra de to nevnte x-verdiene, finner vi to ulike isokvanter.

Unntaket inntreffer for bare en strengt positiv x-verdi, der hvor $(x/A)^5 = (x/B)^{5/2}$.

Dette er ekvivalent med at $x = \frac{A^2}{B}$. For denne x-verdien er de to isokvantene de samme.

(e) **(3 %)** Finn formler for substitumalene for de to produktfunksjonene, og drøft om de to substitumalene er like.

Løsning: Substitumalen er samlingen av tangeringspunkter der MTSB er lik faktorprisforholdet. MTSB er forholdet mellom grenseproduktivitetene. Disse er $f_n = 0{,}25An^{-3/4}k^{1/5}$, $f_k = 0{,}2An^{1/4}k^{-4/5}$, $g_n = 0{,}5Bn^{-1/2}k^{2/5}$ og $g_k = 0{,}4Bn^{1/2}k^{-3/5}$.
Substitumalen for f-funksjonen er dermed gitt ved $\frac{w}{q} = \frac{f_n}{f_k} = \frac{5k}{4n} \Leftrightarrow k = \frac{4wn}{5q}$.

Substitumalen for g-funksjonen er gitt ved $\frac{w}{q} = \frac{g_n}{g_k} = \frac{5k}{4n} \Leftrightarrow k = \frac{4wn}{5q}$. Disse er identiske.

(f) **(3 %)** Drøft påstanden: "Substitumalene består av de (n,k)-punktene som minimerer kostnadene for en gitt x. For enhver gitt x vil samme kombinasjon av n og k minimere kostnadene for f-funksjonen og for g-funksjonen."

Løsning: Det er riktig at alle kostnadsminimerende punkter (for ulike x-verdier) for f-funksjonen og for g-funksjonen ligger på samme kurve, når faktorprisforholdet er gitt. (Kurven er nærmere bestemt en rett linje gjennom origo.) Men, som vi har sett foran, dette innebærer ikke at et punkt i planet generelt vil gi samme x-verdi for de to funksjonene. Langs en substitumal vil produktmengdene være ulike for de to funksjonene, bortsett fra (som nevnt foran) i origo og i punktet der hvor $x = \frac{A^2}{B}$.

Derfor er siste del av påstanden usann.

Oppgave 6 (17 %)

(a) **(3 %)** Forklar hva som menes med en indifferenskurve for en konsument og en tilhørende marginal substitusjonsbrøk. Hva betyr antakelsen om avtakende marginal substitusjonsbrøk?

Løsning: Med en nyttefunksjon $U(x,y)$ og for et gitt nyttenivå, U_0, vil en indifferenskurve være samlingen av alle de kombinasjoner av (x,y) som gir dette nyttenivået. Disse godekombinasjonene er indifferente i henhold til den gitte nyttefunksjonen. Den marginale substitusjonsbrøk er gitt som tallverdien av stigningstallet til indifferenskurven i et punkt. Matematisk er den definert som $\left[-\frac{dy}{dx}\right]_{U=U_0} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}}$. Med positive partielle deriverte av nyttefunksjonen er en indifferenskurve fallende i godediagrammet. Dette er et subjektivt bytteforhold som angir hvor mange enheter en maksimalt (dvs. uten at nyttenivået går ned) er villig til å gi opp av y-varen for å få en marginal enhet av x-varen. Antakelsen om at denne er avtakende betyr at dette bytteforholdet selv er mindre jo mer en har av x-varen.

(b) **(3 %)** La nyttefunksjonen til en konsument være gitt ved $U(x, y) = y + \theta \cdot \ln x$, der (x, y) er en kombinasjon av to konsumerte varer, med θ som en positiv konstant. Anta at konsumenten har en gitt inntekt m, med p som pris per enhet av x-varen, og med pris på y-varen lik én. (Konsumenten er prisfast kvantumstilpasser i begge markedene.) Gjør rede for tilpasningen til en konsument med den spesifiserte nyttefunksjonen ved hjelp av Lagranges metode. Finn etterspørselsfunksjonene for de to varene. Hvordan blir løsningen påvirket av om $m \geq \theta$?

Løsning: Tilpasningen går ut på å maksimere nytten med budsjettbetingelsen som bibetingelse. Dette problemet løses ved hjelp av Lagranges metode; med Lagrangefunksjonen gitt som: $L = y + \theta \cdot \ln x - \lambda\left(px + y - m\right)$, der λ er Lagrangemultiplikatoren. En optimal løsning må oppfylle:

(1) $\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\theta}{x} - \lambda p = 0$

(2) $\frac{\partial L}{\partial y} = 1 - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 1$

(3) $px + y = m$

Bruker vi (2) i (1), finner vi etterspørselsfunksjonen til x-varen som: $x = \frac{\theta}{p}$, som fra (3) gir $y = m - px = m - \theta$. For indre løsning må det antas at $m > \theta$. Hvis denne betingelsen ikke er oppfylt, har vi hjørneløsning, med $y = 0 \; og \; x = \frac{m}{p}$.

(c) **(2 %)** Hva blir virkningen på etterspurt kvantum for hver av de to varene av at

- prisen *p* øker
- inntekten *m* øker

Løsning: Vi ser at etterspørselen etter y-varen er upåvirket av økningen i p; dvs. $\frac{\partial y}{\partial p} = 0$, mens x-varen får redusert etterspørsel, gitt ved $\frac{\partial x}{\partial p} = -\frac{\theta}{p^2} = -\frac{x}{p}$, med samlet utgift til x-varen $px = \theta$ som konstant. Inntekten påvirker kun etterspørselen etter y-varen; idet $\frac{\partial x}{\partial m} = 0, \frac{\partial y}{\partial m} = 1$.

(d) **(3 %)** Beregn Cournot- og Engelelastisiteter, samt varenes budsjettandeler. Hva kan du si om substitusjons- og inntektsvirkningen for *x*-varen av en økning i prisen *p*?

Løsning: Her er det selvsagt nok å se på den direkte Cournot-elastisiteten til x-varen og Engelelastisiteten for y-varen: La den første være $e_{xp} = Elx : p = \frac{p}{x}\frac{\partial x}{\partial p} = -1$ (nøytralelastisk etterspørsel), og den andre er

$E_y = Ely:m = \frac{m}{y}\frac{\partial y}{\partial m} = \frac{m}{y}\cdot 1 = \frac{m}{m-\theta} > 1$ (”luksusgode”). Vi har budsjettandelene $\alpha_x = \frac{px}{m} = \frac{\theta}{m} < 1$ og $\alpha_y = \frac{y}{m} = \frac{m-\theta}{m} < 1$.

Fra Slutskylikningen, vet vi nå at at Slutskyelastisiteten er gitt som $e_{xp} + \alpha_x E_x = e_{xp}$; eller den Slutskyderiverte som $\frac{\partial x}{\partial p} + x\frac{\partial x}{\partial m} = \frac{\partial x}{\partial p}$; dvs. kun en negativ substitusjonseffekt og ingen inntektseffekt. (Skyldes den kvaislineære nyttefunksjonen. Høyere inntekt fører ikke til økt etterspørsel etter x-varen.)

(e) **(3 %)** I tillegg til inntekten m har konsumenten nå en gitt beholdning av x-varen, $\overline{x}$, som kan omsettes til prisen p. Finn tilpasningen til konsumenten i dette tilfellet, og vis hvordan tilpasningen påvirkes av at

- prisen p øker
- beholdningen $\overline{x}$ øker

Løsning: Nå er budsjettbetingelsen gitt som: $px + y = m + p\overline{x} := m^*$. Hele prosedyren over gjentas ved at m kan erstattes av m^*. Samme resultat for x-varen, mens vi nå har at $y = m^* - \theta = m + p\overline{x} - \theta$. Økning i prisen p vil nå gi en nedgang i etterspørselen etter x, slik som vist tidligere, mens etterspørselen etter y-varen vil øke, som om inntekten m^* skulle øke; dvs. $\frac{\partial y}{\partial p} = \underbrace{\frac{\partial y}{\partial m^*}}_{=1}\cdot\frac{\partial m^*}{\partial p} = \overline{x}$. Når beholdningen $\overline{x}$ øker, er dette det samme som om m^* skulle øke, og resultatet blir:

$\frac{\partial y}{\partial \overline{x}} = \frac{\partial y}{\partial m^*}\cdot\frac{\partial m*}{\partial \overline{x}} = 1\cdot p = p$.

(f) **(3 %)** Finn et uttrykk for den maksimerte nytten fra (e), d.v.s. den indirekte nyttefunksjonen, og vis hvordan denne påvirkes av en økning i prisen p. Gi en tolkning av resultatet.

Løsning: Vi har nå at den indirekte nyttefunksjonen kan skrives som $V(p,m,\overline{x}) = m + p\overline{x} - \theta + \theta\ln\left[\frac{\theta}{p}\right] = m + p\overline{x} - \theta + \theta\ln\theta - \theta\ln p$. Når prisen p øker, vil den maksimerte nytten påvirkes gjennom to kanaler: x-varen blir dyrere, samtidig som inntekten m^* går opp. Vi må se på den totalderiverte av V mhp. prisen p; $\frac{dV}{dp} = \frac{\partial V}{\partial p} + \frac{\partial V}{\partial m^*}\cdot\frac{\partial m^*}{\partial p} = -\theta\frac{d}{dp}(\ln p) + 1\cdot\overline{x} = -\theta\cdot\frac{1}{p} + \overline{x} = -x + \overline{x}$, der vi har brukt at $x = \frac{\theta}{p}$. Hvis forbrukeren er nettotilbyder av varen; dvs. dersom $\overline{x} > x$, vil nytten øke om prisen p øker; motsatt om han/hun kjøper mer enn den initiale beholdningen; dvs. om $x > \overline{x}$.

Oppgave 7 (9 %)

Du skal analysere markedslikevekten for en vare som produseres av *n* identiske produsenter, hver med en stigende tilbudsfunksjon $s(p)$, der p er prisen for varen. Videre har vi N identiske kjøpere (eller etterspørrere), hver med en fallende etterspørselsfunksjon $D(p)$.

(a) **(3 %)** Forklar hvorfor vi kan skrive likevektsprisen som $p(n, N)$.

Løsning: Likevekten kan skrives som: $ns(p) = ND(p)$, der n og N er eksogene størrelser. Dette gir én likning til å bestemme likevektsprisen som en funksjon av disse eksogene variablene; dvs. $p(n, N)$ som er slik at samlet etterspørsel er lik samlet tilbud.

(b) **(3 %)** Hvordan påvirkes likevektspris og tilhørende likevektskvantum av at antall produsenter (n) øker?

Løsning: Fra likevektsbetingelsen og med den gitte likevektsprisen vil vi ha: $ns(p(n,N)) = ND(p(n,N))$. Deriverer vi denne med hensyn på n, finner vi:

$s(p) + ns'(p) \cdot \dfrac{\partial p}{\partial n} = ND'(p) \cdot \dfrac{\partial p}{\partial n} \Rightarrow \left[ns'(p) - ND'(p)\right] \cdot \dfrac{\partial p}{\partial n} = -s(p)$, der vi har at

$s'(p) > 0$ og $D'(p) < 0$. Dermed følger det at $\dfrac{\partial p}{\partial n} = \dfrac{-s(p)}{ns'(p) - ND'(p)} < 0$;

likevektsprisen går ned når antall tilbydere øker – det skjer et positivt skift i tilbudskurven. For å få kjøperne til å avta det økte kvantum fra alle tilbyderne, må prisen normalt gå ned. Virkningen på pris og kvantum er avhengig av elastisiteten eller brattheten i etterspørselssammenhengen; med helt uelastisk etterspørsel, dvs. med $D'(p) = 0$, vil kvantum være uendret, med prisnedgangen gitt ved

$\dfrac{\partial p}{\partial n} = -\dfrac{s(p)}{ns'(p)} < 0$. Med fullstendig elastisk etterspørsel, $D'(p) = -\infty$, vil hele skiftet kun gi økning i omsatt kvantum uten at prisen endres.

(c) **(3 %)** Hvordan påvirkes likevektspris og likevektskvantum av at antall kjøpere (N) øker?

Løsning: Fra likevektsbetingelsen $ns(p(n,N)) = ND(p(n,N))$ finner vi nå ved derivasjon med hensyn på N at:

$ns'(p)\dfrac{\partial p}{\partial N} = D(p) + ND'(p)\dfrac{\partial p}{\partial N} \Rightarrow \dfrac{\partial p}{\partial N} = \dfrac{D(p)}{ns'(p) - ND'(p)} > 0$. Når antall etterspørrere øker, vil prisen normalt gå opp og kvantum øke, men virkningen på markedspunktet er avhengig av brattheten i tilbudskurven. Med gitt (helt uelastisk) tilbud, vil $s'(p) = 0$, og prisen vil nå øke i henhold til $\dfrac{\partial p}{\partial N} = -\dfrac{D(p)}{ND'(p)} > 0$, med kvantum uendret. Dersom tilbudet er helt elastisk, avledet av konstant grensekostnad (konstant skalautbytte) i produksjonen, vil vi ha $s'(p) = \infty$, med uendret pris. Skiftet i etterspørselskurven vil nå kun ha en positiv kvantumseffekt.

Oppgave 8 (15 %)

En produsent har en gitt mengde av en vare som kan selges i ett marked der produsenten er monopolist og er stilt overfor en fallende etterspørselsfunksjon.

(a) **(4 %)** Hva er betingelsen for at den profittmaksimerende monopolisten vil selge hele det tilgjengelige kvantum av varen?

Løsning: Med gitt mengde av varen, $\overline{x}$, og gitt en fallende etterspørselsfunksjon $p(x)$, vil monopolisten velge å selge så mye at salgsinntekten $p(x)x$ blir maksimert. Hvis grenseinntekten $p(x) + xp'(x)$ er lik null for et kvantum mindre enn den gitte mengden, skal dette kvantum velges. Dersom $p(\overline{x}) + \overline{x}p'(\overline{x})$ er større enn null, skal alt selges, og dersom $p(\overline{x}) + \overline{x}p'(\overline{x}) < 0$, vil monopolisten velge å selge $x < \overline{x}$. (Kan illustreres i en figur med invers L-formet grensekostnad; med grensekostnad lik null for alle $x < \overline{x}$ og uendelig grensekostnad på kapasitetsgrensen.)

Anta at varen, som fremdeles foreligger i et gitt kvantum, nå kan selges i to atskilte markeder, der hvert marked har en fallende etterspørselsfunksjon.

(b) **(4 %)** Hva kjennetegner den profittmaksimerende fordelingen av det gitte kvantumet mellom de to markedene?

Løsning: La nå $x_1 + x_2 \leq \overline{x}$; det er mulig å la være å selge alt, men her må vi regne med at kandidatene ser på tilfellet med likhet. Med etterspørselsfunksjon, fallende, i marked *i* gitt som $p_i(x_i)$, er problemet nå å velge en fordeling slik at følgende funksjon maksimeres, under forutsetning av at alt omsettes:
$Max_{x_1} \left\{ p_1(x_1)x_1 + p_2(\overline{x} - x_1)(\overline{x} - x_1) \right\}$ med løsning slik at det skal være samme grenseinntekt i hvert marked. (Om noen skulle komme opp med en løsning der samlet omsatt kvantum er mindre enn det som foreligger, og viser at vi da har grenseinntekt lik null i hvert marked, vil dette være et pluss.) Løsningen på dette problemet kan illustreres i et badekardiagram.

(c) **(4 %)** Anta at monopolisten kan øke tilgangen av varen ved hjelp av en teknologi med konstant grensekostnad. Hva vil den profittmaksimerende monopolisten legge til grunn som kriterium for hvorvidt produksjonen bør økes?

Løsning: Her venter vi at de skal resonnere. Hvis grensekostnaden ved økt produksjon er større enn den felles verdi på grenseinntekten fra foregående punkt, vil det ikke være lønnsomt å øke produksjonen. Motsatt, dersom grensekostnaden er lavere, vil det være lønnsomt å øke produksjonen.

(d) **(3 %)** Hvordan vil beslutningen i foregående punkt bli påvirket dersom det også påløper en fast kostnad knyttet til å øke mengden ut over den som først var tilgjengelig?

Løsning: Her må vi vente en verbal fremstilling eller drøfting. Problemet har kun mening i tilfellet fra foregående punkt dersom grensekostnaden er lavere enn den felles verdi på grenseinntekten. Her må en sammenlikne profitten i to tilfeller: For det første i den situasjonen der monopolisten ikke øker omsatt kvantum, og den andre der en vurderer å øke produksjonen til et punkt der grensekostnaden er lik den felles verdi på grenseinntekten. Hvis profittøkningen i denne situasjonen er større enn den faste kostnaden, da er det lønnsomt å øke produksjonen; hvis ikke, er det ulønnsomt, og monopolisten vil avstå frå å utvide produksjonen.