Sensorveiledning ECON2200 Våren 2014

Oppgave 1

a)

$$f(x) = 2x^3 + x^{-2} - 2\ln x$$
$$f'(x) = 6x^2 - 2x^{-3} - 2x^{-1}$$

b)

$$f(x) = \left(\sqrt{x-1}+1\right)^2$$
$$f'(x) = 2\left(\sqrt{x-1}+1\right)\frac{1}{2\sqrt{x-1}}$$
$$= \frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x-1}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

Det er ikke krav om å forenkle til en bestemt form, alle svar er rette.

c)

$$f(x) = \ln g(x)$$
$$f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$$

d)

$$f(x) = \frac{x^2}{g(x)}$$
$$f'(x) = \frac{2xg(x) - x^2 g'(x)}{g^2(x)}$$

e)

$$F(x,y) = (x^2 - \frac{1}{y})^2$$
$$F_x' = 4(x^2 - \frac{1}{y})x$$
$$F_y' = -2(x^2 - \frac{1}{y})\frac{1}{y^2}$$

f)

$$f(s,t) = \ln(s-t) - \ln(s+t)$$
$$f_t' = -\frac{1}{s-t} - \frac{1}{s+t}$$
$$f_s' = \frac{1}{s-t} - \frac{1}{s+t}$$

Oppgave 2

a) $\sum_{i=1}^{5}(4+2i)^2 = \sum_{i=3}^{7}4i^2$ sann da $\sum_{i=1}^{5}(4+2i)^2 = \sum_{i=1}^{5}(2(2+i))^2 = \sum_{i=3}^{7}2^2 i^2$

b) $\ln(x^3 y) = 3\ln x + \ln y$ sann

c) $\frac{2x+6}{2x} = \frac{x+6}{x}$ usann

d) $2\ln(e^x) = x^2$ usann

e) $\ln x - \ln 2 = \ln\frac{x}{2}$ Sann

Oppgave 3

$$f(t) = \max_x \ln x - tx$$

a) Omhylningsteoremet sier at vi får svaret ved å partiellderivere med hensyn på og evaluere funksjonen for den optimale som vi kaller

$$f'(t) = -x^*$$

b)

$$\text{FOB:}\frac{1}{x} = t \Rightarrow x^* = \frac{1}{t}$$

$$f(t) = \ln\frac{1}{t} - 1 = -1 - \ln t$$

Setter inn for :

$$f(t) = \ln\frac{1}{t} - t\frac{1}{t} = -\ln t - 1$$

c) Kaller maksimanden

$$g(x,t) = \ln x - tx$$

Tilstrekkelig betingelse er negativ andrederivert:

$$g''_{xx} = -\frac{1}{x^2} < 0$$

d) Siden vi vet fra b at $f(t) = -\ln t - 1$ får vi:

$$f'(t) = -\frac{1}{t}$$

e) Vi har to ulike uttrykk for $f'(t)$

$$f'(t) = -x^* \text{ fra a)}$$

$$f'(t) = -\frac{1}{t} \text{ fra d)}$$

men

$$-\frac{1}{t} = -x^* \text{ da vi fant } x^* = \frac{1}{t} \text{ i oppgave b)}$$

Oppgave 4

a) Profitten er

$$\pi = p_1 x_1 + p_2 x_2 - x_1^2 - x_2^2 - x_1 x_2$$

Stasjonærpunktene til denne funksjonen tilfredsstiller førsteordensbetingelsene

$$\pi_1' = p_1 - 2x_1 - x_2 = 0 \qquad (1)$$

$$\pi_2' = p_2 - x_1 - 2x_2 = 0 \qquad (2)$$

Gang ligning (1) med 2 og trekk fra (2)

$$2p_1 - p_2 = 3x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{2p_1 - p_2}{3}$$

Tilsvarende: Gang ligning (2) med 2 og trekk fra (1):

$$2p_2 - p_1 = 3x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{2p_2 - p_1}{3}$$

b) Tilstrekkelige betingelser oppfylt da

$$\pi_{11}'' = -2 < 0$$

$$\pi_{22}'' = -2 < 0$$

$$\pi_{12}'' = -1 \Rightarrow \pi_{11}''\pi_{22}'' - \left(\pi_{12}''\right)^2 = 3 > 0$$

Oppgave 5

a) Sann. Om prisen øker er substitusjonseffekten negativ. For at det skal bli et Giffengode må vi ha en positiv inntektseffekt og det er bare mulig om redusert inntekt gir økt konsum, altså et mindreverdig og ikke normalt gode.

b) Sann. En krone ekstra gir enheter mer av godet, og hver enhet gir nytteøkning U_{c1}'

c) Galt. Substitumalen er løsningen av kostnadsminimeringsproblemet for ulike nivå på produksjonen. Produktprisen inngår ikke i minimeringsproblemet.

d) Galt. Gjennomsnittskostnaden er mininmal når grensekostnad=gjennomsnittskostnad.

Oppgave 6 (8 poeng)

Markedet for bankutlån kan beskrives på en enkel måte som et perfekt konkurransemarked, der etterspørselen etter lån, fra mange låntakere, er gitt ved $L(r;a)$, der r er renta låntakere må betale for å låne, mens a er en skiftparameter. Det antas at etterspørselen er lavere jo høyere lånerenta er; dvs.

$L_r(r;\alpha) := \dfrac{\partial L(r;\alpha)}{\partial r} < 0$. Anta også $L_\alpha(r;\alpha) := \dfrac{\partial L(r;\alpha)}{\partial \alpha} > 0$. Vi kan tenke oss at α gir en indikasjon på hvor «opphetet» boligmarkedet er.

Tilbudet av lån kommer fra mange banker, som hver kan låne ut en andel av de innskuddene banken får (det er ingen andre måter bankene kan finansiere seg på). Innskuddene til bankene er D, men kun en andel k av disse innskuddene kan lånes ut. (Vi kan derfor oppfatte $(1-k)$ som et «reservekrav» bankene er pålagt.) Samlet tilbud av lån fra bankene er dermed $kD(r)$, der vi regner med $D'(r) > 0$.

a) Illustrer i en figur hva renta må være for at markedet skal være i likevekt, for gitte verdier på de eksogene størrelsene α og k.

Svar: Rett fram i figur, med renta langs den loddrette aksen og lånevolum langs den vannrette. Fallende etterspørselskurve L, og satigende tilbudskurve kD. Likevektsrenta der de skjærer hverandre.

b) Vis utfra likevektsbetingelsen, hvordan samlede lån og markedsrente påvirkes av at reservekravet $1-k$ økes; dvs. at k settes ned.

Svar: Negativt skift i tilbudskurven, fordi for enhver gitt rente, vil långiverne tilby et mindre volum for gitte innskudd. Et slikt skift fører normalt til lavere lånevolum og høyere rente. Virkningen avhengig av brattheten i etterspørselskurven: Jo brattere denne er, dvs. jo mer uelastisk etterspørselen er, jo mindre volumeffekt og jo sterkere priseffekt. Formelt sett: $L(r;\alpha) = kD(r) \Rightarrow r(k,\alpha)$ *som likevektsrente for gitte verdier på de to skiftparametrene. Deriverer vi gjennom denne med hensyn på* k, *samtidig som vi bruker at* $r(k,\alpha)$, *finner vi:*

$L_r \dfrac{\partial r}{\partial k} = D(r) + kD'\dfrac{\partial r}{\partial k} \Rightarrow \dfrac{\partial r}{\partial k} = \dfrac{-D(r)}{kD' - L_r} < 0$; *vi har dermed: Når* k *går ned, må renta opp.*

(Her er det sikkert noen som ikke ser at r og k går motsatt vei!) Når renta nå går opp, vil etterspørrerne ønske å låne mindre; altså går lånevolumet ned.

c) Hva skjer i lånemarkedet når α går opp (boligmarkedet blir mer «opphetet»)?

Svar: Et positivt skift i etterspørselen; for enhver rente vil etterspørrerne nå ønske å låne mer. Igjen i figuren ser vi da at både volum og rente vil stige. Fra likevektsbetingelsen finner vi da:

$L_r \dfrac{\partial r}{\partial \alpha} + L_\alpha = kD'\dfrac{\partial r}{\partial \alpha} \Rightarrow \dfrac{\partial r}{\partial \alpha} = \dfrac{L_\alpha}{kD' - L_r} > 0$, *og økte utlån ser vi fra tilbudssiden;* $kD(r)$ *vil nå øke. Igjen virkning på volum og rente avhengig av brattheten i tilbudskurven: Jo brattere denne er, jo mer må renta øke for at innskyterne skal være villige til å øke sine innskudd.*

d) Kan myndighetene, om a endrer seg, justere reservekravet $(1-k)$ slik at samlet lånevolum og markedrente holder seg uendret? Diskuter dette ved hjelp av figuren fra punkt a.
Svar: Nei; hvis etterspørselen skifter oppover, kan ikke tilbudskurven justeres slik at samme likevektspunkt realiseres etter en justering som før. (To må – uendret rente og uendret lånevolum, men kun ett virkemiddel – reservekrav.)

Oppgave 7 (15 poeng)
En bedrift produserer en vare i mengde x ved en produktfunksjon $x = f(v) = (v - A)^a$. Vi må minst bruke en mengde A av produksjonsfaktoren v for å få en positiv produktmengde. a er en positiv konstant, strengt mindre enn én; dvs. $0 < a < 1$.

a) Utled grense- og gjennomsnittsproduktivitet for denne produktfunksjonen for det tilfellet at $A = 0$ og $a = \frac{1}{2}$.

Svar: Vi har nå: $f(v) = \sqrt{v}$, *slik at* $\frac{x}{v} = \frac{1}{\sqrt{v}} = v^{-\frac{1}{2}}$ *og* $f'(v) = \frac{1}{2}v^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\frac{x}{v} < \frac{x}{v}$.

b) Gjør det samme som under punkt a, men for en vilkårlig og strengt positiv verdi for $a < 1$, samt $A > 0$. For hvilken verdi av v vil gjennomsnittsproduktiviteten ha et maksimum?

Svar: Vi finner nå: $\frac{x}{v} = \frac{(v-A)^{\alpha}}{v}$ *som er lik null for* $v \le A$, *og* $f'(v) = \alpha(v-A)^{\alpha-1}$.

Maksimum av gjennomsnittsproduktiviteten er kjennetegnet ved: $\frac{d}{dv}(\frac{x}{v}) = 0$ *og* $\frac{d^2}{dv^2}(\frac{x}{v}) < 0$,

eller

$$\frac{v\alpha(v-A)^{\alpha-1} - (v-A)^{\alpha}}{v^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{(v-A)^{\alpha-1}}{v^2}\left[\alpha v - (v-A)\right] = 0 \Leftrightarrow v(1-\alpha) = A \Rightarrow v = \frac{A}{1-\alpha}$$

Førstederiverttesten kan benyttes til å vise at dette er et maksimum: For $v < \frac{A}{1-\alpha}$, *er*

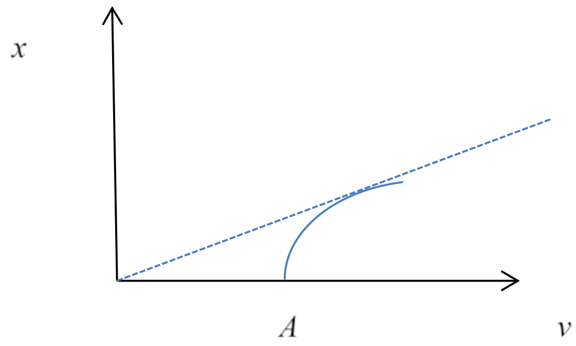
$\frac{d}{dv}(\frac{x}{v}) > 0$, *og negativ for* $v > \frac{A}{1-\alpha}$.

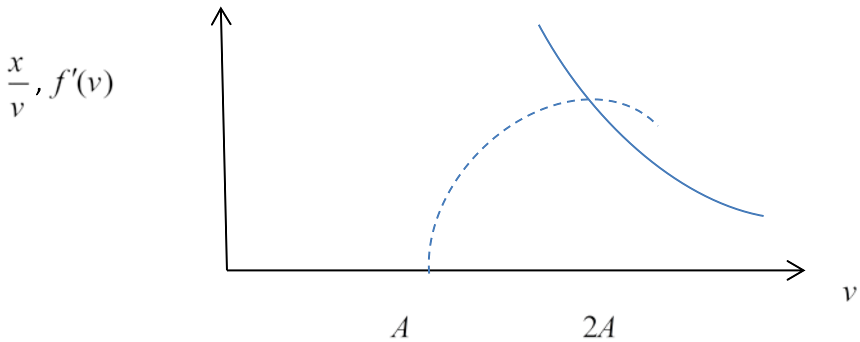
c) Skisser grafen til $f(v), f'(v)$ og $\frac{f(v)}{v}$, når du setter $A > 0$ og $a = \frac{1}{2}$.

Svar: Vi har nå: $f(v) = \sqrt{v-A}$, $f'(v) = \frac{1}{2}(v-A)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{v-A}}$ *og* $\frac{x}{v} = \frac{(v-A)^{\frac{1}{2}}}{v}$. *Videre*

finner vi at $f''(v) = -\frac{1}{4}(v-A)^{-\frac{3}{2}} < 0$ *for* $v > A$

I den øverste figuren er produktfunksjonen selv illustrert, mens i den andre er gjennomsnittsproduktiviteten (stiplet) og grenseproduktiviteten (heltrukken) skjærer gjennom gjennomsnittskurven ovenifra.





d) Hva blir minste nødvendige faktorinnsats om bedriften skal produsere en gitt produktmengde x_0?

Svar: Poenget er her å invertere produktfunksjonen:

$x_0 = (v - A)^{\alpha} \Rightarrow v - A = (x_0)^{\frac{1}{\alpha}} \Rightarrow v = A + (x_0)^{\frac{1}{\alpha}} = G(x_0)$ *er nødvendig faktorinnsats for gitt produktmengde.*

e) Fastlegg bedriftens kostnadsfunksjon med gitt pris lik q kroner per enhet av produksjonsfaktoren. Hva blir grense- og gjennomsnittskostnad?

Svar: Kostnadsfunksjonen er dermed: $C(x;q) = qG(x) = qA + qx^{\frac{1}{\alpha}}$*, med grensekostnad som* $\frac{dC}{dx} = \frac{1}{\alpha}qx^{\frac{1}{\alpha}-1}$ *og gjennomsnittskostnad* $\frac{C}{x} = \frac{qA}{x} + qx^{\frac{1}{\alpha}-1}$

Bedriften ønsker å maksimere profitten. Den kan selge det ferdige produktet til en gitt pris p kroner per enhet. Den faste kostnaden qA er en driftsavhengig fast kostnad som faller helt bort ved driftsstans. Du kan sette $\alpha = \frac{1}{2}$ i de gjenværende spørsmålene.

f) Bestem det kvantum som maksimerer profitten. Når vil driftsstans være optimalt?

Svar: Om bedriften ikke produserer, er profitten $\pi = 0$*. Derfor må prisen være større enn gjennomsnittskostnadene for at drift skal lønne seg, all den tid qA er en driftsavhengig fast kostnad. Det betyr at bare prisen er større enn minimum av gjennomsnittskostnadene, vil drift lønne seg. Anta at det er tilfelle. Da er*
$\pi(x) = px - C(x;q) = px - qx^{\frac{1}{\alpha}} - qA = px - qx^2 - qA$*, med* $\pi'(x) = p - 2qx$ *og* $\pi''(x) = -2q < 0$*. Siden minimum av gjennomsnittskostnaden* $\frac{C}{x} = \frac{qA}{x} + qx$ *er der* $\frac{d}{dx}(\frac{C}{x}) = 0 \Leftrightarrow -\frac{qA}{x^2} + q = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{A}$*, med laveste pris forenlig med drift gitt ved* $\frac{C(\sqrt{A})}{\sqrt{A}} = 2q\sqrt{A}$*. Dermed om* $p > 2q\sqrt{A}$*, er profittmaksimum bestemt ved*
$p = 2qx \Leftrightarrow x = \frac{p}{2q}$ *som er det kvantum som maksimerer overskuddet. Om produktprisen faller under* $2q\sqrt{A}$*, vil det lønne seg å stanse driften.*

g) Ved hjelp av en figur, skisser forløpet til tilbudskurven for denne bedriften; dvs. tilbudt kvantum som funksjon av produktprisen.

Svar: Tilbudskurven i et p,x-diagram, er slik at for $p \le 2q\sqrt{A}$*, vil tilbudt kvantum være lik null, mens for* $p > 2q\sqrt{A}$*, er tilbudskurven lineær i* p*.*

Anta at prisene er slik at det lønner seg for bedriften å tilby et positivt kvantum av produktet.

h) I figuren fra punkt g, hvordan påvirkes den profittmaksimerende tilpasningen av at faktorprisen q øker?

Svar: Når faktorprisen q *øker, vil tilbudskurven som funksjon av produktprisen få et lavere stigningstall, samtidig som den kritiske produktprisen* $2q\sqrt{A}$ *øker.*

Oppgave 8 (15 poeng)

Betrakt en konsument med en nyttefunksjon $U(x,c) = \ln x + b \cdot \ln(c-a)$, der (x,c) er kvanta av to varer, a angir et konstant «minstekonsum» av c-varen, mens b er en positiv konstant. Konsumenten har en gitt inntekt på m kroner og står overfor gitte priser: p kroner per enhet av x-varen og q kroner per enhet av c-varen. Anta at $qa < m$.

a) Utled den marginale substitusjonsbrøk for denne nyttefunksjonen. Hva betyr det at parameteren b tar en høyere verdi?

Svar: Den marginale substitusjonsbrøk (MSB) mellom de to varene kan uttrykkes som $\frac{\frac{\partial U}{\partial c}}{\frac{\partial U}{\partial x}} = \frac{\frac{b}{c-a}}{\frac{1}{x}} = \frac{bx}{c-a}$. *Når b tar en høyere verdi betry det at MSB øker; indifferenskurvene blir brattere hvilket betyr at det antall enheter av* x *-varen en er villig til å bytte bort for å få en marginal enhet til av c-varen stiger.*

b) Utled den nyttemaksimerende tilpasningen ved Lagranges metode, og utled etterspørselsfunksjonene for de to varene.

Svar: Lagrangefunksjonen er $L = \ln x + b \cdot \ln(c-a) - \lambda\left[px + qc - m\right]$. *En nyttemaksimerende tilpasning må oppfylle:*

$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{1}{x} - \lambda p = 0 = \frac{\partial L}{\partial y} = \frac{b}{c-a} - \lambda q$, *samt budsjettbetingelsen. Eliminering av Lagrangemultiplikatoren gir* $\frac{bx}{c-a} = \frac{q}{p}$ *som gir oss* $qc = qa + bpx$. *Setter vi denne inn i budsjettbetingelsen, får vi:* $(1+b)px + qa = m \Rightarrow x = \frac{1}{1+b}\left[\frac{m}{p} - \frac{qa}{p}\right]$ *og*

$qc = qa + \frac{b}{1+b}(m - qa) \Rightarrow c = \frac{b}{1+b}\frac{m}{q} + \frac{a}{1+b}$, *som er de ordinære etterspørselsfunksjonene.*

c) Hvordan påvirkes etterspørselen etter de to varene av at prisen på x-varen øker?

Svar: En økning i p har ingen virkning på etterspørselen etter c-varen. Siden vi har at $px = \frac{m - qa}{1+b}$*, vil en høyere pris p, for konstant m og q, føre til en tilsvarende nedgang i* x*. Denen varen er derfor nøytralelastisk i etterspørselen; med direkte etterspørselselastisitet lik* -1.

Sett nå $a = 0$ i de neste spørsmålene.

d) Vis at de to varenes budsjettandeler da vil være konstante. Hva kan du da si om størrelsen på inntekts- eller Engelelastisitetene?

Svar: Med a = 0, finner vi de to varenses budsjettandeler som: $\alpha_x = \frac{px}{m} = \frac{1}{1+b}$ *og* $\alpha_c = \frac{qc}{m} = \frac{b}{1+b}$*. Begge er kosntante; det må bety at når inntekten øker, vil* px*; hhv. qc øke like mye. Dermed vil de to vaene ha inntektselastisiteter lik 1.*

Vi kan skrive de ordinære etterspørselsfunksjonene generelt som $x(p,q,m)$ og $c(p,q,m)$, og de *kompenserte* etterspørselsfunksjonene som $h_x(p,q,u)$ og $h_c(p,q,u)$. Da vet vi at Slutskylikningen for x-varen ved endring i hhv. prisen p og i q, kan skrives som $\frac{\partial h_x}{\partial p} = \frac{\partial x}{\partial p} + x\frac{\partial x}{\partial m}$ og $\frac{\partial h_x}{\partial q} = \frac{\partial x}{\partial q} + c\frac{\partial x}{\partial m}$.

e) På grunnlag av de etterspørselsfunksjonene du har utledet tidligere, skal du bestemme de to kompenserte etterspørselsderiverte («Slutskyderiverte») for x-varen.

Svar: Vi har nå, med a = 0, at $x = \frac{m}{(1+b)p}$ *og* $c = \frac{b}{1+b}\frac{m}{q}$*. Da følger:* $\frac{\partial x}{\partial p} = -\frac{m}{(1+b)p^2}$, $\frac{\partial x}{\partial q} = 0$, $\frac{\partial x}{\partial m} = \frac{1}{(1+b)p}$*. Da følger:* $\frac{\partial h_x}{\partial p} = \frac{\partial x}{\partial p} + x\frac{\partial x}{\partial m} = -\frac{m}{(1+b)p^2} + \frac{m}{(1+b)p}\cdot\frac{1}{(1+b)p}$

$= \frac{m}{(1+b)p^2}\left[-1 + \frac{1}{1+b}\right] = -\frac{bm}{(1+b)^2p^2} = -\frac{x}{p}\frac{b}{1+b}$ og videre at

$\frac{\partial h_x}{\partial q} = \frac{\partial x}{\partial q} + c\frac{\partial x}{\partial m} = 0 + c\cdot\frac{1}{(1+b)p} = \frac{bm}{p(1+b)^2q} = \frac{x}{q}\frac{b}{1+b}$.

Oppgave 9 (8 poeng)
En bedrift produserer en vare i mengde x med en produktfunksjon $x = f(n)$, der n er bruk av arbeidskraft. Produktfunksjonen er slik at $f(0) = 0, f'(n) > 0, f''(n) < 0$. Du

kan også anta at $f'(0)=\infty$. Anta i første omgang at bedriften selger denne varen som en prisfast kvantumstilpasser, til gitt pris p. Arbeidskraften betales med en gitt lønn, w, per enhet av n.

a) Løs bedriftensprofittmaksimeringsproblem, og vis hvordan bedriftens etterspørsel etter arbeidskraft varierer med lønna.

Svar: Profitten er $\pi(n)=pf(n)-wn$, *som maksimeres når* $pf'(n)=w$. *Når lønna øker, vil* $pf'(n)$ *måtte økes, hvilket bare er mulig om* n *går ned; dvs.* $pf''\dfrac{\partial n}{\partial w}=1 \Rightarrow \dfrac{\partial n}{\partial w}=\dfrac{1}{pf''}<0$

Anta nå i stedet at bedriften opptrer som monopolist i ferdigvaremarkedet med en etterspørselsfunksjon gitt ved $p=D(x)$, som er avtakende i omsatt kvantum. Bedriften har samme produktfunksjon som over og betaler samme lønn til arbeidskraften. Den velger nå n slik at profitten, $p(n)=D(f(n))f(n)-wn$, maksimeres.

b) Utled førsteordensbetingelsen for bedriftens bruk av arbeidskraft.

Svar: $\pi'(n)=D(x)f'(n)+D'(x)f'(n)x-w=0$ *som vi antar kataktrsierer et profittmaksimum. Denne betingelsen kan skrives som:* $p\left[1+\dfrac{x}{D(x)}D'(x)\right]f'(n)=w$.

c) Gi en forklaring på hvorfor tilpasningsbetingelsen ved monopol er forskjellig fra den ved prisfast kvantumstilpasning.

Svar: Monopolisten må ta hensyn til at om den ønsker å ansette en arbeider til, vil merutlegget w måtte veies mot den grenseinntektskorrigerte verdi av grenseproduktiviteten, siden mer arbeidskraft betyr økt omsatt kvantum og dermed en lavere pris på ferdigvaren. Vi kan også skrive dette som at grenseinntekten, $p\left[1+\dfrac{x}{D(x)}D'(x)\right]$, *er lik grensekostnaden produksjonen* $\dfrac{w}{f'(n)}$. *(De som vil, kan tegne denne grenseinntektskurven opp sammen med etterspørselskurven og forklare at økt kvantum betyr lavere pris på alle «inframarginale» enheter, men en marginal bruttoinntektsøkning på den siste enheten lik p.)*

Oppgave 10 (8 poeng)
En bedrift produserer en vare i mengde x med en produktfunksjon $F(n,k)$, som er strengt voksende i hvert argument og med strengt avtakende grenseproduktiviteter. Produksjonsfaktorene antas å være teknisk komplementære.

a) Hva betyr det at produksjonsfaktorene er teknisk komplementære?

Svar: Det betyr at $\frac{\partial^2 F}{\partial n \partial k} := F_{nk} > 0$*: Økt bruk av en faktor vil øke (gjennom et skift) grenseproduktiviteten av den andre.*

Bedriften maksimerer overskuddet til gitte priser på produktet og hver av deto produksjonsfaktorenemed, medprisene p per enhet av produktet, w per enhet av n og q per enhet av k. Et indre profittmaksimum er kjennetegnet ved førsteordensbetingelsene $p\frac{\partial F}{\partial n} = w$ og $p\frac{\partial F}{\partial k} = q$.

b) Illustrer disse to betingelsene i hver sin figur. Bruk dem (uten regning) til å vise hva virkningen på på begge typer faktorbruk når q øker, når du opprettholder antakelsen om teknisk komplementaritet.

Svar: Se figur 3.13 (s. 98 i Strøm & Vislie): Økt q vil føre til mindre bruk av k selv. Lavere k vil føre til at kurven for $p\frac{\partial F}{\partial n}$ *vil skifte nedover. Mindre bruk av k, vil gi lavere grenseproduktivitet av n; dermed skifter denne innover. Også bruken av n går da ned.*