UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT

Eksamen i: **ECON2200 – Matematikk 1/Mikro 1 (MM1)**

Eksamensdag: 28.05.2018 **Sensur kunngjøres: 15.06.2018**

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 15:00

Oppgavesettet er på 4 sider

Tillatte hjelpemidler:

- Det er kun tillatt å bruke ordbok. Ordboken skal kontrolleres av SV-infosenter på forhånd.

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

Oppgave 1 (15 poeng) Finn alle de førstederiverte av følgende funksjoner:

a) $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$

b) $g(x) = \ln(f(x))$, der $f(x)$ er som i a

c) $F(x, y) = e^{xh(x,y)} + \frac{x}{(x+y)^2}$

d) $G(x, y, z) = xyz + \frac{\ln x + \ln yz}{x}$

e) Hva er definisjonsområdet til $g(x)$ fra oppgave b?

Hint: Husk at formelen for løsningen av et annengradspolynom på formen $ax^2 + bx + c = 0$ er:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Oppgave 2 (15 poeng) Er følgende sant eller usant? Begrunn svaret.

a) En strengt konkav funksjon kan aldri ha et minimumspunkt, selv ikke på randen av definisjonsområdet (Hint: Forsøk med $f(x) = \sqrt{x}$ som eksempel).

b) En strengt konveks funksjon kan aldri ha et <u>indre</u> maksimumspunkt.

c) Dersom en funksjon er strengt konveks, vil den førstederiverte aldri være negativ.

d) Verdimengden til funksjonen $f(x) = e^x$ er alle reelle tall, både positive og negative.

e) $\frac{\ln a}{\ln b} = \ln a - \ln b$

Oppgave 3 (20 poeng) Du er bedt om å løse følgende problem ved bruk av Lagrange-metoden:

$$\max_{x,y} \ln x + 2 \ln y \quad \text{slik at} \quad x^2y^2 + x + y = 3$$

a) Still opp Lagrange-funksjonen og finn førsteordensbetingelsene.

b) Vis at $y = 2$ vil løse problemet, og forklar hvorfor:

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{8} \approx 0.3904$$

er uttrykket for optimal x.

Oppgave 4 (5 poeng) Du skal ta stilling til om følgende er sant eller usant. Gi en kort begrunnelse for svaret.

a) Samlet utlegg til en vare (vare 1) er den samme uansett pris, dersom egen-pris elastisitet er $e_{11} = -1$.

b) Dersom fritid er et fullverdig gode så vil virkningen av økt timelønn alltid være positiv på arbeidstilbudet.

c) De direkte Slutskyelastisitetene S_{ii} er alltid negative med indifferenskurver krummet mot origo.

Oppgave 5 (30 poeng)

En bedrift produserer med arbeidskraft som eneste variable innsatsfaktor. La n være antall sysselsatte i bedriften. For at bedriften skal produsere behøver de minst n_0 antall ansatte. Så lenge $n \geq n_0$ vil produksjonen være gitt ved:

$$x = f(n)$$

Anta at $f(n_0) = 0$ og $f'(n) > 0, f''(n) < 0$ for alle $n > n_0$. Bedriften er pristaker i både produkt- og arbeidsmarkedet. La p betegne prisen på ferdigvaren og w lønn per arbeider. Bedriftens mål er å maksimere overskuddet.

a) Forklar hva betingelsene $f'(n) > 0$ og $f''(n) < 0$ betyr for formen på produktfunksjonen.

b) Tegn en figur som viser gjennomsnittsproduktiviteten og grenseproduktiviteten i samme diagram.

c) Finn en betingelse som definerer bedriftens etterspørsel etter arbeidskraft.

d) Anta at $f(n) = n^\alpha$ der $\alpha \in (0, 1)$. Hva blir bedriftens etterspørsel etter arbeidskraft i dette tilfellet? Finn også et uttrykk for tilbudet av ferdigvaren.

e) Hva skjer med etterspørselen etter arbeidskraft dersom bedriften får et subsidium s per enhet den bruker av arbeidskraft?

På lengre sikt er også kapital en variabel innsatsfaktor, slik at bedriftens produksjon er gitt ved:

$$x = n^\alpha k^{1-\alpha}$$

f) Forklar hva vi mener med en isokvant, og finn et uttrykk for helningen til en isokvant med den oppgitte produktfunksjonen.

Oppgave 6 (20 poeng)

En konsument lever i to perioder og kan kjøpe en vare C_t som koster 1 per enhet i begge perioder. Konsumenten kan arbeide i et marked, og i tillegg er konsumenten en student, slik at tidsbudsjettet i hver periode blir

$$1 = F_t + N_t + S_t$$

for $t = 1, 2$ og F er fritid, N er arbeidstid og S er tid til studier. Konsumenten kan ikke studere i periode 2, slik at $S_2 = 0$. Anta at lønna konsumenten mottar i periode 2 er avhengig av valget av studier i periode 1, slik at i periode 2 er lønna $W(S)$ mens den i periode 1 er $w \leq W(S)$. Lønna i periode 2 er stigende og konkav i studietid, $W'(S) \geq 0$ og $W''(S) \leq 0$. Anta at konsumenten har følgende livsløpsnytte:

$$U = \sum_{t=1}^{2} \beta^{t-1} u_t(C_t, F_t) \tag{$*$}$$

a) Forklar hvorfor de to periodebudsjettene for konsumenten blir:

$$C_1 = wN_1$$

$$C_2 = W(S_1)N_2$$

b) Konsumenten ønsker å maksimere sin nytte over livsløpet gitt de to periodebudsjettene og de to tidsbudsjettene. Still opp konsumentens nyttemaksimeringsproblem og finn førsteordensbetingelsene (du kan selv velge om du vil bruke Lagrangemetoden eller innsettingsmetoden).

c) Vis at avveiningen mellom konsum og fritid i periode 1 er gitt ved:

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial F_1}}{\frac{\partial u_1}{\partial C_1}} = w$$

Gi en økonomisk tolkning av denne betingelsen.

d) Vis at du ved hjelp av førsteordensbetingelsene kan finne følgende:

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial C_1}}{\beta \frac{\partial u_2}{\partial C_2}} = \frac{W'(S_1)N_2}{w}$$

Gi en økonomisk tolkning av denne betingelsen.