Jon Vislie
Økonomisk institutt
Universitetet i OSLO
ECON 2200

ECON 2200 – VEILEDNING OPPGAVE TIL SEMINARUKE 5: 26.FEB – 2.MARS

Oppgave 1.

i) Fra produktfunksjonen med gitt mengde av den ene faktoren $k = k_0)$, finner vi:

$$n^{\alpha} = \frac{1}{A} k_0^{-\beta} y \Rightarrow n = \left[\frac{1}{A} k_0^{-\beta} y\right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

ii) Kostnadsfunksjonen er $C(y; w_1, w_2, k_0) = \underbrace{w_2 k_0}_{faste\ kostnader} + \underbrace{w_1 \left[\frac{1}{A} k_0^{-\beta} y\right]^{\frac{1}{\alpha}}}_{\text{var}iabel\ kostnad}$

iii) Variabel gjennomsnittskostnad = VAC er gitt ved

$VAC = \dfrac{w_1 \left[\frac{1}{A} k_0^{-\beta} y\right]^{\frac{1}{\alpha}}}{y} = w_1 A^{-\frac{1}{\alpha}} k_0^{-\frac{\beta}{\alpha}} y^{\frac{1}{\alpha}-1}$ og grensekostnad gitt ved

$$\frac{\partial C}{\partial y} = w_1 A^{-\frac{1}{\alpha}} k_0^{-\frac{\beta}{\alpha}} \frac{1}{\alpha} y^{\frac{1}{\alpha}-1} = \frac{1}{\alpha} \cdot VAC$$

iv) Med de oppgitte parameterverdiene finner vi: $C = w_2 k_0 + w_1 k_0^{-\frac{1}{2}} y^2$

v) For å få bestemt et profittmaksimum, må vi innføre en produktpris *p*. La profitten være $\pi(y) = py - C(y; w_1, w_2, k_0) = py - w_2 k_0 - w_1 k_0^{-\frac{1}{2}} y^2$.

Vi finner at $\pi'(y) = p - 2\frac{w_1}{\sqrt{k_0}} \cdot y = 0$ og $\pi''(y) = -2\frac{w_1}{\sqrt{k_0}} < 0$.

Fordi grensekostnaden er lik null for *y = 0*, og stigende i produsert mengde, vil, så lenge $p > 0$, profittmaksimum være bestemt av $\pi'(y) = 0$ eller $y^T = \dfrac{p \cdot \sqrt{k_0}}{2w_1} = s(p; w_1, k_0)$ som det kvantum som maksimerer profitten.

vi) Vi finner direkte at

- $\dfrac{\partial s}{\partial p} = \dfrac{\sqrt{k_0}}{2w_1} > 0$; tilbudt kvantum er høyere jo høyere *p* er
- $\dfrac{\partial s}{\partial w_1} = -\dfrac{\sqrt{k_0}}{2w_1^2} < 0$; tilbudt kvantum synker når w_1 øker
- Multipliser begge prisene med en positiv faktor λ; slik at produktprisen er λp og faktorprisen er λw_1. En proporsjonal økning i de to prisene har ingen virkning på tilbudt kvantum
- $\dfrac{\partial s}{\partial k_0} = \dfrac{p}{2w_1} \cdot \dfrac{1}{2} k_0^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{p}{4w_1\sqrt{k_0}} > 0$; produsert kvantum stiger med k_0

vii) Påstanden er gal. Så lenge bedriften i utgangspunktet velger å produsere (med positivt dekningsbidrag), vil ikke en økning i de faste kostnadene føre til driftsstans. Profitten synker, men den vil uansett overstige profitten ved driftsstans, med et underskudd lik de faste kostnadene.

Oppgave 2.

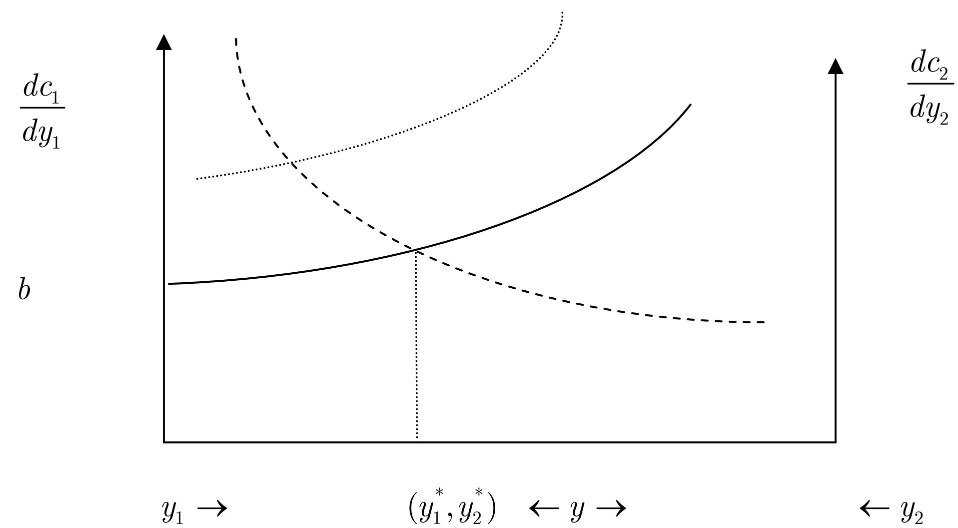
a) $\pi(y) = py - c(y) = py - \dfrac{2}{3}y^3$. Med $p > 0$ og fordi $c'(0) = 0$, som vi finner fra $c'(y) = 2y^2$, vil $\pi'(y) = p - c'(y) = p - 2y^2 = 0$ for $p = 2y^2$. I og med at $\pi''(y) < 0$ for alle $y > 0$, må $y^* = \sqrt{\dfrac{p}{2}}$ løse bedriftens profittmaksimeringsproblem.

b) Vi kan definere, når vi samtidig bruker informasjon fra punkt a): $\Pi(p) = py^* - c(y^*) = y^* \cdot \left[p - \dfrac{1}{3}2(y^*)^2\right] = \sqrt{\dfrac{p}{2}} \cdot \left[p - \dfrac{p}{3}\right] = \dfrac{2}{3}p \cdot \sqrt{\dfrac{p}{2}}$

Oppgave 3.

a) Kostnadsminimeringsproblemet kan løses som: For gitt samlet produksjon $y = y_1 + y_2$, fordelt på de to anleggene, er samlet variable kostnad gitt ved $c_1(y_1) + c_2(y - y_1)$. Minimering av denne mhp. y_1, gir direkte at $\dfrac{dc_1(y_1)}{dy_1} + \dfrac{dc_2(y_2)}{dy_2} \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{dc_1(y_1)}{dy_1} = \dfrac{dc_2(y_2)}{dy_2}$. Med andre ord; den kostnadsminimerende produksjonsfordeling er bestemt ved at grensekostnaden er den samme i de to anleggene.

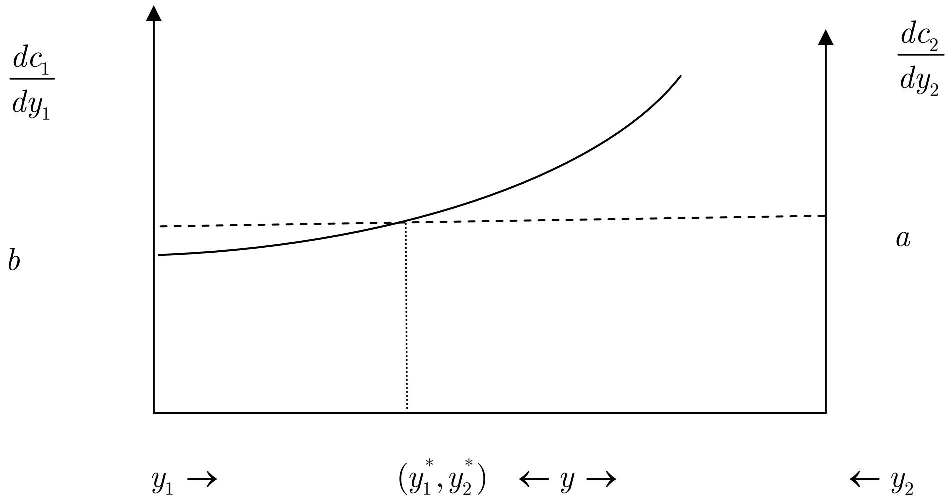
Med positive og stigende grensekostnader, kan vi illustrere løsningen i et "badekardiagram"; bredde lik den gitte totalproduksjonen. Produktmengden i anlegg 1 angis fra venstre mot høyre langs bunnen av badekaret, med grensekostnaden i anlegg 1 som den heltrukne stigende kurven fra venstre mot høyre. Produsert mengde i anlegg 2 vises fra høyre mot venstre, med grensekostnad lik den stiplede kurven som stiger fra høyre mot venstre.



Optimal fordeling er gitt ved likhet mellom de to grensekostnadene, med en fordeling gitt ved (y_1^*, y_2^*). Hvorfor? Anta at vi har en annen fordeling, md mindre produksjon i anlegg 1 og dermed større i anlegg 2; dvs. vi er i et punkt der $\frac{dc_1}{dy_1} < \frac{dc_2}{dy_2}$. Øker vi produksjonen i anlegg 1 med én enhet, samtidig som vi reduserer produksjonen i anlegg 2 med én enhet – slik at y er uendret – vil vi ha e merkostnad i anlegg 1, lik grensekostnaden i anlegg 1, men samtidig en kostnadsbesparelse lik den høyere grensekostnaden i anlegg 2. Ved denne omfordeling av produksjonen mellom de to anleggene, vil samlet kostnad synke. En omfordeling vil gi lavere kostnad så lenge vi *ikke* har likhet i grensekostnadene.

b) Hvis det skjer en lokal kostnadsøkning i den regionen anlegg 1 er lokalisert, vil $\frac{dc_1}{dy_1}$ bli utsatt for et positivt skift, slik som vist i figuren over med den nye, prikkede grensekostnadskurven for anlegg 1. Mer av den gitte produktmengden bør produseres i anlegg 2.

c) Sett at vi har konstant grensekostnad i anlegg 2 gitt ved den vannrette kurven i figuren under, mens grensekostnaden i anlegg 1 er som før. Grensekostnaden i anlegg 2 er konstant og lik *a*; dvs. $\frac{dc_2}{dy_2} = a$.



Hvis $a < b = \dfrac{dc_1(0)}{dy_1}$, bør hele produksjonen foregå i anlegg 2. (I figuren over har vi samme fordeling som tidligere, men hvis a synker under b, når $\dfrac{dc_1}{dy_1}$ selv er stigende, vil virksomheten i anlegg 1 opphøre – driftsstans i anlegg 1.)