Oppgaver til pleumsregning torsdag 18. mars, 16-18.

March 5, 2010

Oppgave 1

La

$$F(y,a) = ay - y^2$$

a) Løs maksimeringsproblemet

$$\max_y F(y,a)$$

la $y^*(a)$ være den optimale løsningen.
b) Finn et eksplisitt uttrykk for funksjonen $y^*(a)$
La nå funksjonen $f(a)$ være gitt som

$$f(a) = \max_y F(y,a)$$

c) Bruk omhylningsteoremet til å finne den deriverte $f'(a)$ uten å regne ut funksjonen $f(a)$ selv.
d) Finn så et eksplisitt uttrykk for $f(a)$, deriver funksjonen og vis at de to svarene er identiske.

Oppgave 2

La nå $H(x,a)$ være en generell funksjon av to variable, og la

$$h(a) = H(g(a),a)$$

der $g(a)$ er en gitt funksjon av a.
a) Finn et uttrykk for $h'(a)$
Vi lar $x^*(a)$ betegne løsningen på maksimeringsproblemet

$$\max_x H(x,a)$$

og antar at problemet har en entydig indre løsning for alle a.
b) Hva kan du da si om

$$H'_x(x^*(a),a)?$$

c) Bruk resultatet i f) til å forenkle uttrykket i e)

Oppgave 3
Del I: Finn følgende funksjoner

$$\begin{aligned}
\text{a) } f(c) &= \max_x \left(px - cx^2\right) \\
\text{b) } g(c) &= \max_x \left(\sqrt{x} - cx\ \right) \\
\text{c) } h(m) &= \max_{x,y} \ln x + \ln y \text{ under bibetingelsen } x + y = m
\end{aligned}$$

Løs c) både med innsetting og Lagranges metode. (Du kan her bruke derivasjonsregelen at om

$$\begin{aligned}
f(x) &= \ln x \text{ så er} \\
f'(x) &= \frac{1}{x} \quad)
\end{aligned}$$

Del II Deriver funksjonene du fant i Del I
Del III: Bruk omhylningsteoremet til å finne de samme deriverte.

Oppgave 4
a) Finn stasjonærpunktene til funksjonen

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + axy$$

der a er en parameter.

b) For hvilke verdier av a er stasjonærpunktet et minimum, et maksimum eller ingen av delene.

c) Gjør tilsvarende (a og b) for funksjonen

$$g(x, y) = x^4 + y^4 + axy$$

Oppgave 5
En bedriften har to produksjonsanlegg med produktfunksjoner

$$\begin{aligned}
f_1(x_1) &= 2\sqrt{x_1} \\
f_2(x_2) &= 8\sqrt{x_2}
\end{aligned}$$

der total bruk av faktoren blir $x_1 + x_2$ og prisen på innsatsfaktoren er μ. Prisen på produktet som produseres er p. Bedriften eier i utgangspunktet 300 enheter av innsatsfaktoren.

a) Hva blir bedriftens profitt?

b) Anta at $p = 1$, finn et uttrykk for den optimale faktorbruken i hvert produksjonsanlegg.

c) Beskriv total faktorbruk som en funksjon av prisen på innsatsfaktoren μ.

d) For hvilken pris μ vil bedriften bruke akkurat 300 enheter av innsatsfaktoren?

e) Bruk Lagranges metode til å løse bedriftens profittmaksimeringsproblem når den ikke kan handle med innsatsfaktorer, men bare har de 300 enhetene til disposisjon.