

*Til alle studenter i ECON2200 våren 2010*

## **Evaluering**

Instituttet vil gjerne at dere svarer på noen få spørsmål om undervisningen nå, omtrent midt i semesteret. Dermed er det mulig å rette på eventuelle problemer før semesteret er slutt.

Evalueringen skjer gjennom et nettskjema. Gå til

<https://nettskjema.uio.no/answer.html?fid=43500&lang=no>

(—det ligger en lenke i beskjedfeltet på emnesiden—)

og logg deg inn med ditt UiO-brukernavn og passord. Da finner du skjemaet for ECON2200 (fra fredag 12. mars ca. kl. 14).

*Tidsfrist: Mandag 15. mars kl. 18.*

## Profittmaksimering, forts.

- Hva er den optimale  $x$ -verdien langs substitumalen?
- Som i tilfelle med en faktor: Er profitten positiv?
  - Hvis  $p < \min \bar{C}(x; w, q)$ , er optimalt kvantum null
  - Hvis  $p > \min \bar{C}(x; w, q)$ , vil  $p = C_x$  bestemme optimal  $x$
- $\emptyset ABL$  definerer  $x = s(p, w, q)$  som den  $x$  som oppfyller f.o.b.
- F.o.b. er  $p = C_x$  og  $MTSB = w/q$
- Oppsummert: Tilbudt kvantum i frikonkurransen er

$$x^T = \begin{cases} 0 & \text{når } p < \min \bar{C}(x; w, q) \\ s(p, w, q) & \text{ellers} \end{cases}$$

- Den maksimerte profitten blir
 
$$\pi = px^* - C(x^*; w, q) = x^* [C_x(x^*; w, q) - \bar{C}(x^*; w, q)] = x^* \cdot C_x \cdot (1 - \varepsilon)$$
- Unntak: Konstant skalautbytte,  $\varepsilon = 1$  overalt
  - Medfører at  $\bar{C} = C_x$ , uavhengig av  $x$ ,  $\bar{C} = \varphi(w, q)$
  - Profitt per enhet  $x$  er  $p - \varphi(w, q)$ , uavhengig av  $x$
  - Hvis positiv: Ønsker størst mulig produksjon; ellers null
  - F.o.b. for maks  $\pi$  er bare oppfylt ved slump, og da er  $\pi = 0$
  - For alle andre  $p \neq \varphi(w, q)$  gir f.o.b. ingen løsning

## Hvordan avhenger $s(p, w, q)$ av de tre prisene?

- Nesten samme resultater som i tilfelle med en faktor
- Samme framgangsmåte, se forelesning 2.03 s. 2–3

$$\frac{\partial s}{\partial p} = \frac{1}{C_{xx}} > 0, \quad \frac{\partial s}{\partial w} = \frac{-C_{xw}}{C_{xx}} < 0, \quad \frac{\partial s}{\partial q} = \frac{-C_{xq}}{C_{xx}} < 0$$

- Unntak: De to siste påstandene er ikke alltid gyldige
  - Forelesning 9.03 s. 7–8: Ikke for en inferior faktor
  - $n$  er inferior  $\Rightarrow C_{xw} < 0$  og  $\frac{\partial s}{\partial w} > 0$
  - $k$  er inferior  $\Rightarrow C_{xq} < 0$  og  $\frac{\partial s}{\partial q} > 0$
  - Regner med at inferiøre faktorer sjelden forekommer
  - Stort sett vil tilbudt kvantum avta når  $w$  eller  $q$  øker
- Selv om metoden for å finne de tre resultatene er som før:
  - En ekstra effekt når det er substitusjonsmuligheter
  - Skiftet i grensekostnadskurven avhenger av substitusjon
  - Isokvanten lite krum (nesten rett linje): Mye substitusjon
  - Gode muligheter for substitusjon reduserer  $C_{xw}$  og  $C_{xq}$

## Profittmaksimering uten å gå veien om $C(x; w, q)$

- Avsn. 3.5 i *ØABL* setter opp problemet på en ny måte
- $\max_{n,k} pf(n, k) - wn - qk$  uten å innføre  $C(x; w, q)$
- Vil medføre nøyaktig samme løsning som forrige formulering
- Enklere å finne ut noe om optimale  $n^*$  og  $k^*$
- (Disse var også bestemt i den løsningen vi fant via  $C(x; w, q)$ )
- Førsteordensbetingelser for maksimum blir

$$pf_n(n^*, k^*) = w \quad \text{og} \quad pf_k(n^*, k^*) = q$$

- Verdi av grenseproduktivet av faktoren er lik faktorprisen
- (Men: Vil ikke alltid ha en løsning, jfr. konstant skalautbytte)
- (Og: Løsningen (hvis den fins) vil ikke alltid gi positiv profitt)
- Ser at de to f.o.b. tilsammen gir tangeringsbetingelsen

$$p = \frac{w}{f_n} = \frac{q}{f_k} \Rightarrow \frac{f_n}{f_k} = \frac{w}{q}$$

- Profittmaksimering impliserer kostnadsminimering
- Andreordensbetingelsen?

$$pf_{nn} < 0 \quad \text{dvs.} \quad f_{nn} < 0,$$

$$\text{og (—dropper } p): \quad f_{kk} < 0 \quad \text{og} \quad D^* \equiv f_{nn}f_{kk} - (f_{nk})^2 > 0$$

- (Trenger ikke skrive  $f_{kk} < 0$ ; følger av de to andre)

## Faktoretterspørselsfunksjonene

- Fra profittmaksimeringsproblemet følger løsninger

$$n^* = n(p, w, q) \quad \text{og} \quad k^* = k(p, w, q)$$

- Må skille disse fra noe vi fant tidligere
- Fra kostnadsminimeringsproblemet følger løsninger

$$n^* = \tilde{n}(x, w/q) \quad \text{og} \quad k^* = \tilde{k}(x, w/q)$$

jfr. forelesning 9.03 s. 3

- Bare hvis  $x = x^*$  (profittmaksimum), er disse like
- (Burde kanskje ha innført ny notasjon  $n^{**}, k^{**}$  for  $\pi$ -max)
- Min kostnad ga *betingede faktoretterspørselsfunksjoner*
- Max profitt gir *(ubetingede) faktoretterspørselsfunksjoner*
- I begge tilfeller er faktorprisene gitte størrelser
- Kostnadsminimering: Ta  $x$  for gitt, finn  $n, k$
- Profittmaksimering: Ta  $p$  for gitt, finn  $n, k$  og  $x$
- Vil vise:  $n(p, w, q)$  og  $k(p, w, q)$  er homogene av grad null
- (For alle  $t, p, w, q > 0$  er  $n(tp, tw, tq) = n(p, w, q)$ ; tilsv. for  $k$ )
- Følger av førsteordensbetingelsene

$$pf_n(n^*, k^*) = w \Rightarrow tpf_n(n^*, k^*) = tw \quad \text{og tilsv. for } tpf_k(n^*, k^*) = tq$$

## Virksomheter på $n^*$ og $k^*$ av endret $p$

- Tidligere: Virkninger for betinget faktoretterspørsmål
- Nå: Virkninger for faktoretterspørsmål når  $x = x^*$ ;  $\pi$ -max
- (Vil bruke a.o.b.  $f_{nn}, f_{kk} < 0$  og  $D^* \equiv f_{nn}f_{kk} - (f_{nk})^2 > 0$ )
- Gjentar førsteordensbetingelsene

$$pf_n(n^*, k^*) = w \quad \text{og} \quad pf_k(n^*, k^*) = q$$

- Deriverer disse mhp.  $p$ :

$$f_n + p \left( f_{nn} \frac{\partial n}{\partial p} + f_{nk} \frac{\partial k}{\partial p} \right) = 0$$

$$f_k + p \left( f_{nk} \frac{\partial n}{\partial p} + f_{kk} \frac{\partial k}{\partial p} \right) = 0$$

- Betrakter dette som to likninger i  $\frac{\partial n}{\partial p}$  og  $\frac{\partial k}{\partial p}$
- Løser likningene og finner

$$\frac{\partial n}{\partial p} = \frac{-f_n f_{kk} + f_k f_{nk}}{pD^*}$$

$$\frac{\partial k}{\partial p} = \frac{-f_k f_{nn} + f_n f_{nk}}{pD^*}$$

- Her er både  $-f_n f_{kk}$  og  $-f_k f_{nn}$  og  $pD^*$  positive
- Om de samlede effektene er positive, avhenger av  $f_{nk}$
- Hvis  $f_{nk} \geq 0$ , vil økt produktpris medføre økt faktorbruk
- Omtales som teknisk komplementære eller uavhengige faktorer
- Hvis de er teknisk alternative,  $f_{nk} < 0$ : Ingen konklusjon

## Virksomheter på $n^*$ og $k^*$ av endret $w$ og $q$

- Igjen: Virkninger på ubetinget faktoretterterspørsel ( $\pi$ -max)
- Gjentar førsteordensbetingelsene

$$pf_n(n^*, k^*) = w \quad \text{og} \quad pf_k(n^*, k^*) = q$$

- Deriverer disse mhp.  $w$  (—tilsv. for endret  $q$  etterpå):

$$p \left( f_{nn} \frac{\partial n}{\partial w} + f_{nk} \frac{\partial k}{\partial w} \right) = 1$$

$$p \left( f_{nk} \frac{\partial n}{\partial w} + f_{kk} \frac{\partial k}{\partial w} \right) = 0$$

- Betrakter dette som to likninger i  $\frac{\partial n}{\partial w}$  og  $\frac{\partial k}{\partial w}$
- Løser likningene og finner

$$\frac{\partial n}{\partial w} = \frac{f_{kk}}{pD^*}, \quad \text{som er negativ}$$

$$\frac{\partial k}{\partial w} = \frac{-f_{nk}}{pD^*}, \quad \text{som kan være negativ eller positiv}$$

- Helt tilsvarende er

$$\frac{\partial k}{\partial q} = \frac{f_{nn}}{pD^*} < 0 \quad \text{og} \quad \frac{\partial n}{\partial q} = \frac{-f_{nk}}{pD^*}$$

- Etterspørselen etter faktoren avtar når egen pris øker
- Når prisen på den andre faktoren øker, vil  $f_{nk}$  avgjøre
- Teknisk komplementære,  $f_{nk} > 0$ : Bruk av begge avtar
- Teknisk alternative: Bruk øker når den andre prisen øker

## Skille mellom korttids- og langtidskostnader

- ØABL avsn. 3.7 skiller mellom  $C_K$  (kort sikt) og  $C_L$  (lang)
- Når store  $L, K$  brukes som fotskrift: Ikke derivasjon!
- Kan være litt forvirrende med tre ulike kostnadsfunksjoner
- Skrevet med liten  $c$  har vi  $c_K(x; \bar{k}) \equiv w \cdot g(x; \bar{k})$
- Denne omfatter ikke kapitalkostnader, men forutsetter  $k = \bar{k}$
- Skrevet med stor  $C$  har vi
  - $C_K(x; \bar{k}) \equiv c_K(x; \bar{k}) + q \cdot \bar{k}$ , der  $\bar{k}$  er gitt
  - $C_L(x) \equiv w \cdot \tilde{n}(x) + q \cdot \tilde{k}(x) \equiv \min_{n,k} wn + qk; f(n, k) = x$
- Her er alle tre funksjoner skrevet med  $w, q$  underforstått
  - $c_K(x; \bar{k})$  er egentlig  $c_K(x; \bar{k}, w)$
  - $C_K(x; \bar{k})$  er egentlig  $C_K(x; \bar{k}, w, q)$
  - $C_L(x)$  er egentlig  $C_L(x, w, q)$
- Sammenheng mellom kort og lang sikt:  $C_L(x) = C_K(x; \tilde{k}(x))$
- (For de underforståtte  $w, q$ ):
  - Hvis  $\bar{k} \neq \tilde{k}(x)$ , er kostnadene på kort sikt “for høye”
  - Det er mulig å produsere  $x$  billigere hvis  $k$  endres
  - Generelt gjelder  $C_K(x; \bar{k}) \geq C_L(x)$
  - Sammenfall (for denne  $x = x_0$ )<sup>1</sup> bare hvis  $\bar{k} = \tilde{k}(x_0)$

---

<sup>1</sup>Jeg bruker fotskrifter for å sette nummer på variablene ( $k_0, x_0$ ), for å skille disse tallene fra eksponenter; i boka heter disse variablene  $k^0$  og  $x^0$ ; dessuten skriver jeg grensekostnaden som  $G_{Kx}$  på kort sikt



**Skille mellom korttids- og langtidskostnader, forts.**

- Figur 3.14 i *ØABL* bygger på gitte, konstante  $w, q$
- Utgangspunktet er en kortsiktig tilpasning med gitt  $\bar{k} = k_0$
- Denne er optimal for en produktmengde  $x_0$ , altså  $k_0 = \tilde{k}(x_0)$
- Gir opphav til en  $C_K(x; k_0)$  med tilhørende  $\bar{C}_K$  og  $C_{Kx}$
- Hvis  $p \geq \min \bar{C}_K(x, k_0)$  får vi *pi*-max med  $p = C_{Kx}(x; k_0)$
- Om  $p = p_1$ , vil optimal  $x$  (for gitt  $k = k_0$ ) være  $\hat{x} > x_0$
- For en annen  $k = k_1$  gjelder andre  $\bar{C}_K$  og  $C_{Kx}$ -kurver
- Hvis  $k = \tilde{k}(x)$  for alle  $x$ , blir gjennomsnittskostnaden  $\bar{C}_L$
- For hver  $k_i$  fins  $\bar{C}_K$  som er  $= \bar{C}_L$  for den  $x$  som gir  $k_i = \tilde{k}(x)$

**Skille mellom korttids- og langtidskostnader, forts.**

- Sammenheng mellom grensekostnader på kort og lang sikt?
- Deriverer  $C_L(x) = C_K(x; \tilde{k}(x))$  mhp.  $x$

$$\frac{dC_L(x)}{dx} = \frac{\partial C_K(x; \tilde{k}(x))}{\partial x} + \frac{\partial C_K(x; \tilde{k}(x))}{\partial k} \frac{d\tilde{k}(x)}{dx} = \frac{\partial C_K(x; \tilde{k}(x))}{\partial x}$$

- Det ene leddet faller bort fordi  $\tilde{k}(x)$  minimiserer  $C_K$ 
  - $\Rightarrow$  Den deriverte av  $C_K$  mhp.  $k$  er null når  $k = \tilde{k}(x)$
- Konklusjon: For hver  $x$  er  $C_{Lx}(x) = C_{Kx}(x; \tilde{k}(x))$
- Illustrert i figuren ved stiplet  $C_{Lx}$ -kurve
- For  $p = p_1$  velges langsiktig optimal  $x = x_1$
- For denne  $x = x_1$  er  $C_L = C_K$  når  $k = k_1 = \tilde{k}(x_1)$