UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT

Øvelsesoppgave i: ECON2200 – Matematikk 1/Mikro1

Dato for utlevering: 22. mars 2011

Dato for innlevering: **06. april kl. 12.00 – 14.00**

Innleveringssted: **Ved siden av SV-info-senter**

Øvrig informasjon:

- Denne øvelsesoppgaven er **obligatorisk.** Kandidater som har fått den obligatoriske øvelsesoppgaven godkjent i et tidligere semester skal ***ikke*** levere på nytt. Dette gjelder også i tilfeller der kandidaten ikke har bestått eksamen.
- Denne oppgaven vil IKKE bli gitt en tellende karakter. En evt. karakter er kun veiledende
- Du må benytte en ferdig trykket forside som du finner på emnets semesterside.
- **Det skal leveres individuelle besvarelser. Det er tillatt å samarbeide, men identiske besvarelser (direkte avskrift) vil ikke bli godkjent!**
- Sammen med besvarelsen skal du levere et erklæringsskjema som du finner på emnets semesterside. **Besvarelser uten erklæringsskjema vil ikke bli rettet!**
- **NB!** Du finner informasjon om innleveringsoppgaver og kildebruk på **http://www.sv.uio.no/studier/ressurser/kildebruk/index.html**. Du finner informasjon om konsekvenser ved fusk på **http://www.uio.no/studier/admin/eksamen/fusk/**
- Det er viktig at øvelsesoppgaven blir levert innen fristen (se over). Oppgaver levert etter fristen vil **ikke bli rettet**.*)
- Alle øvelsesoppgaver må leveres på innleveringsstedet som er angitt over. Du må ikke levere øvelsesoppgaven direkte til emnelæreren eller ved e-post.
- Dersom øvelsesoppgaven ikke blir godkjent, vil du få en ny mulighet ved at du får en ny oppgave som skal leveres med en svært kort frist. (Merk: Å levere ”blankt” gir ikke rett til nytt forsøk.) Dersom heller ikke dette forsøket lykkes, vil du ikke få anledning til å avlegge eksamen i dette emnet. Du vil da bli trukket fra eksamen, slik at det ikke vil bli et tellende forsøk.

*) Dersom en student mener at han eller hun har en god grunn for ikke å levere oppgaven innen fristen (for eksempel pga. sykdom) bør han/hun søke instituttet om utsettelse. Normalt vil utsettelse kun bli innvilget dersom det er en dokumentert grunn (for eksempel legeerklæring).

Krav for å få oppgaven godkjent er 50 av 100 poeng der oppgavene teller som angitt.

Oppgave 1 (9 poeng)

Deriver følgende funksjoner med hensyn på alle argumenter

a) $f(x) = 7x^4 + 2x^3 - \frac{1}{x}$

b) $g(x) = \frac{x - x^{-1}}{x - 3}$

c) $h(x) = f(x)(3x - a)$

d) $F(x, y) = \frac{g(x, x^2)}{h(x, y)}$

e) Finn $\frac{\partial z}{\partial x}$ og $\frac{\partial z}{\partial y}$ når $z = k(t, s) = (3t - 2s)^2 - t^2 + 2s^3$ der $s = x^2$ og $t = yx$.

Oppgave 2 (5 poeng)
La y være implisitt gitt av som en funksjon av x gjennom ligningen

$$(x + y)^2 = x + y^2$$

finn $\frac{dy}{dx}$ ved implisitt derivasjon.

Oppgave 3 (6 poeng)
Maksimer

$$f(x, y) = xy$$

under bibetingelsen

$$x^2 + 2y^2 = 8$$

ved hjelp av Lagrange-metoden.

Oppgave 4 (15 poeng)

En bedrift produserer to ulike varer i kvantum *x* og *y*. Kostnadene ved produksjonen er *c(x,y)* mens inntektene er *px+qy,* der *p* og *q* er prisene på de to varene. Bedriftens profitt blir $\pi = px - qy - c(x,y)$.

a) Finn førsteordensbetingelsen for profittmaksimum, gitt at bedriften produserer et positivt kvantum av begge varer.
b) Hva må vi kreve av kostnadsfunksjonen for at stasjonærpunktet skal være profittmaksimum?

Anta at produksjonen av *y* er gitt ($y = \bar{y}$), og at bedriften bare kan velge x. Anta videre at $c''_{xx}(x, \bar{y}) > 0$ for alle *x*.

c) Hva er betingelsen for at $x = 0$ skal være det profittmaksimerende valget?

Oppgave 5 (20 poeng)

En monopolist står overfor en etterspørselsfunksjon som kan uttykkes som *p(y)* der *p(y)* er prisen når etterspurt kvantum er *y*. Videre har monopolet en konstant produksjonskostnad, *k*, per enhet som produseres.

(a) La π betegne profitten og sett opp uttrykket for denne.

(b) Utled første- og andreordensbetingelsen for profittmaksimum.

(c) Bruk implisitt derivasjon på førsteordensbetingelsen til å finne hvordan monopolistens valg av kvantum påvirkes dersom produksjonskostnaden, k, øker.

(d) Uttrykk førsteordensbetingelsen ved hjelp av priselastisiteten, og finn virkningen på prisen i det spesielle tilfellet at priselastisiteten er konstant.

(e) Hva blir virkningen av kostnadsøkningen på profitten?

Oppgave 6 (25 poeng)
Anta at en forbruker konsumerer to goder i mengdene c_1 og c_2 og har nyttefunksjonen $u(c_1, c_2)$. Betegn prisene med p_1 og p_2, og la m være et gitt beløp til forbruk (inntekt).

a) Vis at vi kan skrive budsjettbetingelsen som $c_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} c_1$

b) Forklar i ord hva brøkene $\frac{m}{p_2}$ og $\frac{p_1}{p_2}$ forteller oss.

c) Vis hvordan vi kan utlede etterspørsfunksjoner for de to godene.

Slutsky-likninga kan skrives på derivertform som

$$\frac{\partial c_i}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i}{\partial p_j} - c_j \frac{\partial c_i}{\partial m}$$

eller på elastisitetsform som

$e_{ij} = S_{ij} - \alpha_j E_i$ for i, j=1, 2,

der e_{ij} S_{ij} α_j E_i betegner henholdsvis priselastisitet, kompensert priselastisitet, budsjettandel og inntektselastisitet.

d) Drøft hvordan etterspørselen etter gode 1 påvirkes av en økning i p_1.

e) Drøft hvordan etterspørselen etter gode 1 påvirkes av en proporsjonal økning i p_1 og p_2.

f) Drøft hvordan etterspørselen etter gode 1 påvirkes av en proporsjonal økning i p_1, p_2 og m.

g) Anta at det skjer økning i p_1 og m slik at $dp_1 = 1$ og $dm = c_1$ Drøft hvordan etterspørselen etter gode 1 påvirkes.

Oppgave 7 (20 poeng)
Anta at en bedrift er prisfast kvantumstilpasser. Bedriften har produktfunksjonen *x=f(n,k),* og de respektive prisene på *x, n, k* er *p, w og q*. Anta at bedriften minimerer kostnaden for enhver produktmengde som kan være aktuell.
Anta at produktfunksjonen er karakterisert ved konstant skalautbytte. La t være en positiv konstant.

Vis at da er $\frac{\partial f(tn, tk)}{\partial (tn)} = \frac{\partial f(n,k)}{\partial n}$.

Tilsvarende er da $\frac{\partial f(tn, tk)}{\partial (tk)} = \frac{\partial f(n,k)}{\partial k}$.

a) Utled og tolk førsteordensbetingelsene for kostnadsminimum for en gitt x.
b) Forklar hvordan en kan utlede kostnadsfunksjonen.
c) Vis at substitumalen blir en rett linje (stråle) fra origo.
d) Forklar hva som skjer med substitumalen dersom *w* øker. Hva er den økonomiske tolkningen av endringen?
e) Vis at grensekostnaden blir konstant (for gitte faktorpriser).