Universitetet i Oslo
Økonomisk institutt
Kjell Arne Brekke
Jon Vislie

ECON 2200 – Matematikk 1/Mikroøkonomi 1, våren 2012
Oppgaver til seminaruke 4, kalenderuke 9 (Settet er på 3 sider)

Oppgave 1

En profittmaksimerende produsent som er prisfast kvantumstilpasser i alle markeder, produserer en mengde x av en ferdigvare med en kostnadsfunksjon $c(x) = \frac{2}{3}x^3$.

a) Sett opp uttrykket for bedriftens profitt og finn det kvantum av ferdigvaren som maksimerer profitten.
b) Hvordan varierer tilbudt kvantum med produktprisen?
c) Hvordan varierer den maksimerte profitten med produktprisen?

Oppgave 2

En bedrift kan produsere en og samme vare i to produksjonsanlegg. I anlegg 1 er kostnadsfunksjonen ved produksjon av z enheter gitt ved $c_1(z)$, mens kostnadsfunksjonen ved produksjon av x enheter i anlegg 2 er gitt ved $c_2(x)$.

Anta at grensekostnaden i hvert anlegg er positiv og stigende med produsert mengde. (Faste kostnader knytter seg til hele bedriften – uansett hvor den produserer og hvor mye, er de faste kostnader de samme.)

Bedriften har fått i oppdrag å produsere en *gitt* mengde y av ferdigvaren, og ledelsen ønsker å fordele produksjonen mellom de to anleggene slik at samlet kostnad blir så lav som mulig.

a) Hva kjennetegner kostnadsminimerende produksjonsfordeling? Begrunn svaret! Illustrer løsningen!
b) Anta at grensekostnaden i anlegg 2 er konstant og lik a, samtidig som grensekostnaden i anlegg 1 er positiv og stigende. Anta videre at $\frac{dc_1(0)}{dy} = b$.

   Under hvilke betingelser vil den gitte produksjonen i sin helhet foregå i anlegg 2?

Oppgave 3

En bedrift produserer en vare med produktfunksjonen $x = \sqrt{n}$, der x er mengden av det ferdige produktet (målt på en eller annen måte per tidsenehet), mens n er antall timeverk brukt per tidsenhet. Bedriften er prisfast kvantumstilpasser i faktormarkedet og betaler en pris w per timeverk. Utled bedriftens kostnadsfunksjon, grensekostnad og gjennomsnittskostnad. (Ingen faste kostnader.)

Anta at bedriften er monopolist i ferdigvaremarkedet og står overfor en etterspørselsfunksjon $p = Ax^{-\varepsilon}$, med A og ε som positive konstanter. Sett opp et uttrykk for monopolistens inntekt som funksjon av omsatt kvantum og beregn grenseinntekten. Bestem det profittmaksimerende kvantum for monopolisten. Hva må forutsettes om ε for at grenseinntekten er positiv?

Oppgave 4

Forklar hvorfor de totale gjennomsnitts- eller enhetskostnadene $\dfrac{wG(x)+B}{x}$ oppnår et minimum for en verdi av x som er større enn den som gir minimum av de variable enhetskostnadene $\dfrac{wG(x)}{x}$. (Notasjon som på forelesningen den 21/2.)

Oppgave 5

Igjen fra forelesningen den 21/2: Illustrer hvordan *grenseprofitten* $\pi'(x)$ varierer med produsert kvantum for en produsent som velger å produsere og oppnår et maksimum for $x = x^* > 0$.

Oppgave 6

I denne oppgaven skal vi se på problemet:

$$\text{Minimer } f(x,y) = x + 4y$$
$$\text{under bibetingelsen } g(x,y) = xy = 1.$$
$$\text{Definisjonsområdet for } f \text{ er } x \geq 0 \text{ og } y \geq 0$$

a) Løs problemet ved hjelp av innsetting: Bibetingelsen innebærer at $y = \frac{1}{x}$;
Minimer $h(x) = f(x, \frac{1}{x}) = x + \frac{4}{x}$.

b) Løs det opprinnelige problemet med Lagranges metode.

c) I samme diagram: Tegn nivålinjer for funksjonen $f(x, y)$. Tegn spesielt den nivålinja som svarer til løsningen du fant i a)-b). Tegn inn kurven for bibetingelsen $g(x, y) = xy = 1$.

d) Kan du utfra figuren i c) si om du har funnet et minimum eller et maksimum?

Oppgave 7

La funksjonen f være gitt som et maksimum: $f(x) = \max_t \left(2xt - t^2\right)$

a) Finn et uttrykk for *t*(x)*, dvs: den verdien av *t* som gir maksimum for en gitt *x.*

b) Finn $f'(x)$ uten å regne ut funksjonen $f(x)$.