

UNIVERSITETET I OSLO

ØKONOMISK INSTITUTT

Øvelsesoppgave i: ECON2200

Dato for utlevering: 04.03.2013

Dato for innlevering: 21.03.2013 kl. 23:59

Innleveringssted: Fronter

Øvrig informasjon:

- Denne øvelsesoppgaven er **obligatorisk**. Kandidater som har fått den obligatoriske øvelsesoppgaven godkjent i et tidligere semester skal **ikke** levere på nytt. Dette gjelder også i tilfeller der kandidaten ikke har bestått eksamen.
- Denne oppgaven vil IKKE bli gitt en tellende karakter. En evt. karakter er kun veiledende
- Du må benytte en ferdig trykket forside som du finner her:
<http://www.sv.uio.no/econ/studier/admin/eksamen/obligatorisk-aktivitet/>.
- **Det skal leveres individuelle besvarelser. Det er tillatt å samarbeide, men identiske besvarelser (direkte avskrift) vil ikke bli godkjent!**
- Sammen med besvarelsen skal du levere et erklæringskjema som du finner her:
<http://www.sv.uio.no/econ/studier/admin/eksamen/obligatorisk-aktivitet/>
Besvarelser uten erklæringskjema vil ikke bli rettet!
- **NB!** Du finner informasjon om innleveringsoppgaver og kildebruk på <http://www.sv.uio.no/studier/ressurser/kildebruk/index.html>. Du finner informasjon om konsekvenser ved fusk på <http://www.uio.no/studier/admin/eksamen/fusk/>
- Det er viktig at øvelsesoppgaven blir levert innen fristen (se over). Oppgaver levert etter fristen vil **ikke bli rettet**.*)
- Alle øvelsesoppgaver må leveres på innleveringsstedet som er angitt over. Du må ikke levere øvelsesoppgaven direkte til emnelæreren eller ved e-post.
- Dersom øvelsesoppgaven ikke blir godkjent, vil du få en ny mulighet ved at du får en ny oppgave som skal leveres med en svært kort frist. (Merk: Å levere "blankt" gir ikke rett til nytt forsøk.) Dersom heller ikke dette forsøket lykkes, vil du ikke få anledning til å avlegge eksamen i dette emnet. Du vil da bli trukket fra eksamen, slik at det ikke vil bli et tellende forsøk.

*) Dersom en student mener at han eller hun har en god grunn for ikke å levere oppgaven innen fristen (for eksempel pga. sykdom) bør han/hun søke instituttet om utsettelse. Normalt vil utsettelse kun bli innvilget dersom det er en dokumentert grunn (for eksempel legeerklæring).

Oppgave 1 (9 poeng)

Deriver følgende funksjoner med hensyn på alle argumenter

a) $f(x) = 7x^4 - 2x^3 - \frac{1}{x}$

b) $g(x) = \frac{x-x^{-1}}{x-2}$

c) $h(x) = f(x)(4x-a)$

d) $F(x, y) = \frac{g(x, x^2)}{h(x, y)}$

e) Finn $\frac{\partial z}{\partial x}$ og $\frac{\partial z}{\partial y}$ når $z = k(t, s) = (3t - 2s)^2 - t^2 + 2s^3$ der $s = x^2$ og $t = yx$.

Oppgave 2 (5 poeng)

La y være implisitt gitt av som en funksjon av x gjennom ligningen

$$(x + y)^2 = x + y^2$$

finn $\frac{dy}{dx}$ ved implisitt derivasjon.

Oppgave 3 (6 poeng)

Maksimer $f(x, y) = xy$ under bibetingelsen $x^2 + 2y^2 = 32$

Oppgave 4 (20 poeng)

En bedrift produserer to ulike varer i kvantum x og y . Kostnadene ved produksjonen er $c(x, y)$ mens inntektene er $px + qy$, der p og q er prisene på de to varene. Bedriftens profitt blir $p = px + qy - c(x, y)$.

- Finne førsteordensbetingelsen for profittmaksimum, gitt at bedriften produserer et positivt kvantum av begge varer.
- Hva må vi kreve av kostnadsfunksjonen for at stasjonærpunktene skal være profittmaksimum?

Anta at produksjonen av y er gitt ($y = \bar{y}$), og at bedriften bare kan velge x . Anta videre at $c''_{xx}(x, \bar{y}) > 0$ for alle x .

- Hva er betingelsen for at $x = 0$ skal være det profittmaksimerende valget?

Anta i nå at det optimale kvantum x^* er strengt positivt.

- Finne et uttrykk for $\partial x^* / \partial p$ og bestem fortegnet.

Oppgave 5 (10 poeng)

Funksjonen $g(x)$ er gitt ved: $g(x) = \max_y x^2 y - \frac{1}{3} y^3$.

- Utled et uttrykk for $g'(x)$ uten først å regne ut $g(x)$.
- Løs maksimeringsproblemet og finn $g(x)$.
- Bruk svaret i b) til å finne $g'(x)$, og sammenlign med svaret i a)

Oppgave 6 (20 poeng).

En bedrift produserer en vare over en bestemt periode i mengde x ved kun bruk av en produksjonsfaktor som vi kan oppfatte som antall arbeidstimer brukt i perioden. Kall denne faktorinnsatsen for n og anta at sammenhengen mellom x og n kan uttrykkes ved produktfunksjonen $x = A n^e$, der A er en positiv konstant («produktivitetsparameter») og e en konstant større enn null.

- Bestem grenseproduktivitet, gjennomsnittsproduktivitet og angi hvordan så vel grense- som gjennomsnittsproduktiviteten selv varierer med n . Beregn også grenseelastisiteten.
- Hvilken betydning har størrelsen på e for forløpet på selve produktsammenhengen? Illustrer forløpet for produktfunksjonen for verdier på e mindre enn én, lik én og større enn én.
- Finn nødvendig innsats av arbeidskraft for en vilkårlig produktmengde. Angi egenskaper ved denne *faktorinnsatsfunksjonen*. Hva er sammenhengen mellom denne funksjonen og den opprinnelige produktfunksjonen?
- La prisen per arbeidstime være w kroner og utled kostnadsfunksjonen når vi antar at det ikke forekommer faste kostnader. Utled grense- og gjennomsnittskostnad for ulike verdier på e .
- Vi antar at bedriften opptrer som prisfast kvantumstilpasser i alle markeder. Anta at det ferdige produktet kan selges til en gitt pris p kroner per enhet av x . Bedriftens mål er profittmaksimering. Gjør rede for profittmaksimeringsproblemet for ulike verdier på e . Under hvilke betingelser vil «pris lik grensekostnad» gi den produksjonsbeslutningen som maksimerer overskuddet?
- Anta at $0 < e < 1$. Utled bedriftens tilbudsfunksjon for det ferdige produkt og etterspørselsfunksjon for arbeidstimer. Hvordan varierer tilbudet og etterspørsel med en endring i hhv. p og w . Hvordan virker en produktivitetsforbedring inn på bedriftens optimale beslutninger?
- I stedet for å gå veien om kostnadsfunksjonen kan bedriften maksimere profitten ved direkte valg av n . Anta at $0 < e < 1$, og utled direkte hvilken arbeidsinnsats som nå maksimereer profitten, nå som en funksjon av n . Still opp så vel første- som andreordensbetingelsen for et (lokalt) maksimum.

Oppgave 7. (20 poeng)

En bedrift produserer en vare i mengde x ved hjelp av arbeidskraft (n) og energi (E).

Produktfunksjonen er $x = f(n, E)$. Bedriften minimerer kostnadene for gitt produktmengde, til gitte priser på de to produksjonsfaktorene. La lønn per enhet arbeidskraft være w og pris per enhet energi er q .

- i) Vis at produktfunksjonen $f(n, E) = An^{\frac{3}{4}}E^{\frac{1}{4}}$, med A som en positiv konstant, har konstant skalautbytte. Utled den marginale tekniske substitusjonsbrøk og vis at denne er avtakende.
- ii) Still opp bedriftens kostnadsminimeringsproblem og utled de betingede faktoretterspørselsfunksjonene $n(x; w, q)$ og $E(x; w, q)$. Illustrer løsningen, for gitte priser, i en figur. (Anta indre løsning.)
- iii) Utled kostnadsfunksjonen, bestem grense – og gjennomsnittskostnad.
- iv) Bruk egenskaper ved denne kostnadsfunksjonen til å belyse hvordan $n(x; w, q)$ varierer med faktorprisene.

Oppgave 8. (10 poeng)

Anta at en konsument har preferanser over to varer (C_1, C_2) av følgende type:

$$U(C_1, C_2) = (C_1 - y)^b C_2, \text{ med } y \text{ som en konstant som viser et minimumsbehov for vare 1,}$$

og b en positiv konstant. La prisene på de to varene være p_1 og p_2 , og anta at nominell

inntekt er $m > p_1 y$. Utled tilpasningen ved hjelp av Lagranges metode og fastlegg

etterspørselsfunksjonene for de to varene. Angi egenskaper ved disse funksjonene ved hjelp av Engelelastisiteter og Cournotelastisiteter.