

ECON2200 - Matematikk 1, Våren 2012
Oppgaver til seminaruke 3, Kalenderuke 8

Oppgave 1 Kjerneregelen

La $U(x, y)$ være en funksjon av to variable. Definer så funksjonen $f(y) = U(g(y), y)$. Finn $f'(y)$.

Oppgave 2 (Maksimere funksjoner av flere variable)

La $f(x, y) = x^2 + y^2 - 6xy + 10x + 2y$.

- Finn stasjonærpunktene til funksjonen.
- Sjekk andreordensbetingelsene, er dette et minimum eller et maksimum?

Oppgave 2 (Maksimere funksjoner av flere variable)

La $f(x, y) = x^a y^b - x - y$ der $0 < a, b < 1$, og $a + b < 1$, definert for $x, y > 0$. Vi innfører hjelpestørrelsen $z = x^a y^b$.

- Vis at vi kan skrive $f'_x = ax^{a-1}y^b - 1 = a\frac{z}{x} - 1$
- Finn et tilsvarende uttrykk for f'_y . (Bruk hjelpestørrelsen til å forenkle uttrykket.)
- Vis at i stasjonærpunktene til funksjonen må tilfredsstillte ligningen $ay = bx$.
- Bruk resultatet i c) og en av førsteordensbetingelsene til å finne stasjonærpunktet til funksjonen.

Vi skal i fortsettelsen se på de andre-deriverte. For å finne de andrederiverte må du huske at z er en funksjon av x og y , eller ta utgangspunkt i de deriverte uttrykt uten hjelpestørrelsen.

- Vis at $f''_{xx} = a(a-1)\frac{z}{x^2}$. Hva kan du si om fortegnet?

- h) Utled tilsvarende uttrykk for f''_{yy} og f''_{xy} , og prøv å få uttrykk som er like enkle som i e)
- i) Tilfredsstill stasjonærpunktet den tilstrekkelige betingelsen for et maksimum?

Oppgave 4 (Omhyllning)

$$\text{La } f(p) = \max_x \left(2p\sqrt{x} - \frac{1}{2}x \right)$$

- a) Finn $f'(p)$, uten å løse maksimeringsproblemet.
- b) Løs maksimeringsproblemet. Det vil si: finn for enhver p den x som maksimerer uttrykket. Sjekk andreordensbetingelser.
- c) Bruk svaret i b) til å regne ut funksjonen $f(p)$, (uttrykt bare ved hjelp av p) og bruk dette til å regne $f'(p)$ ut
- d) Sammenlign løsningene i a) og b).