Plenumsregning 4: flervariabelanalyse.

Oppgave 4.1 Bruk kjerneregelen til å derivere z med hensyn på t når:

$$\begin{array}{llcll} \text{(a)} & z & = & xy & \text{der } x = t \text{ og } y = t^2 - 1 \\ \text{(b)} & z & = & x + y & \text{der } x = t \text{ og } y = t^2 - 1 \\ \text{(c)} & z & = & x^2 y + 3y & \text{der } x = t \text{ og } y = t^2 - 1 \end{array}$$

Bruk kjerneregelen til å derivere z med hensyn på t og s når:

$$\begin{array}{llcl} \text{(d)} & z = & xy & \text{der } x = t - s \text{ og } y = t + s \\ \text{(e)} & z = & x + y & \text{der } x = t - s \text{ og } y = t + s \\ \text{(f)} & z = & x^2 y & \text{der } x = t \text{ og } y = \sqrt{t^2 - s} \end{array}$$

Oppgave 4.2 Tegn nivåkurver til følgende funksjoner:

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} & f(x,y) = & xy + 5 & \\ \text{(b)} & g(x,y) = & A x^a y^b & \text{der } A, a, b > 0 \\ \text{(c)} & h(x,y) = & x^2 + 3y & \\ \text{(d)} & k(x,y) = & x^2 + y^2 & \end{array}$$

Oppgave 4.3

(a) La a være en parameter. Finn stasjonærpunktene til funksjonen

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + axy$$

(b) For hvilke verdier av a er stasjonærpunktet et minimum, et maksimum eller ingen av delene?

(c) Gjør tilsvarende (dvs., (a) og (b)) for funksjonen

$$g(x,y) = x^4 + y^4 + axy$$

Oppgave 4.4 En bedrift produktfunksjonen $h(x,y)$ er gitt ved

$$h(x,y) = x^{1/2} y^{1/3} \qquad (\text{for } x \geq 0,\ y \geq 0)$$

(dette er et tilfelle av en såkalt *Cobb–Douglas*-produktfunksjon). Produktet kan selges til enhetspris 12, mens innsatsfaktorene koster 3 per enhet av x og 4 per enhet av y.

(a) Sett opp profittfunksjonen og førsteordensbetingelsene for maksimum.

(b) Vis at faktorbruken $(x,y) = (16,8)$ løser profittmaksimeringsproblemet.
(Obs: Tilstrekkelige betingelser innebærer mye regning!)