

## Plenumsregning 5: Maksimering med og uten bibetingelser, omhylling.

### Oppgave 5.1 La

$$F(y, a) = ay - y^2$$

(a) Løs maksimeringsproblemet

$$\max_y F(y, a)$$

og la  $y^*(a)$  være den optimale løsningen.

(b) Finn et eksplisitt uttrykk for funksjonen  $y^*(a)$

La nå funksjonen  $f(a)$  være gitt som

$$f(a) = \max_y F(y, a)$$

(c) Bruk omhyllningssetningen til å finne den deriverte  $f'(a)$  uten å regne ut funksjonen  $f(a)$  selv.

(d) Finn så et eksplisitt uttrykk for  $f(a)$ , deriver funksjonen og vis at du får det samme som i (c).

### Oppgave 5.2

(a) Finn følgende funksjoner:

$$\begin{aligned} f(c) &= \max_x (px - cx^2) \\ g(c) &= \max_x (\sqrt{x} - cx) \end{aligned}$$

(b) Deriver funksjonene du fant i (a).

(c) Bruk omhyllningssetningen til å finne de samme deriverte.

**Oppgave 5.3** En bedriften har to produksjonsanlegg med produktfunksjoner

$$\begin{aligned}f_1(x_1) &= 2\sqrt{x_1} \\ f_2(x_2) &= 8\sqrt{x_2}\end{aligned}$$

der total bruk av faktoren blir  $x_1 + x_2$  og prisen på innsatsfaktoren er  $\mu$ . Prisen på produktet som produseres er  $p$ . Bedriften eier i utgangspunktet 300 enheter av innsatsfaktoren.

- (a) Hva blir bedriftens profitt?
- (b) Anta at  $p = 1$ , finn et uttrykk for den optimale faktorbruken i hvert produksjonsanlegg.
- (c) Beskriv total faktorbruk som en funksjon av prisen på innsatsfaktoren  $\mu$ .
- (d) For hvilken pris  $\mu$  vil bedriften bruke akkurat 300 enheter av innsatsfaktoren?
- (e) Bruk Lagranges metode til å løse bedriftens profittmaksimeringsproblem når den ikke kan handle med innsatsfaktorer, men bare har de 300 enhetene til disposisjon.

**Oppgave 5.4** Betrakt problemet:

$$\begin{aligned}\text{Minimer } &2x + y \\ \text{under bibetingelsen } &y - (x - 5)^2 = 0\end{aligned}$$

- (a) Løs problemet først ved innsettingsmetoden.
- (b) Løs deretter problemet med Lagranges metode. Beregn også Lagrangemultiplikatoren.
- (c) Finn verdien av  $2x + y$  i minimum. Uten å løse problemet på nytt, omtrent hva tror du denne verdien hadde blitt om bibetingelsen var  $y - (x - 5)^2 = 0.1$ ?