Universitetet i Oslo
Økonomisk Insitutt
Kjell Arne Brekke, Rom 1032

ECON2200, Våren 2015
Oppgaver til tredje grupperegning – uke 10.

Oppgave 1

Bruk kjerneregelen til å derivere z med hensyn på t når:

(a) $z = x^2 y + 3y$ der $x = t$ og $y = t^2 - 1$

Bruk kjerneregelen til å derivere z med hensyn på t og s når:

(b) $z = xy$ der $x = t - s$ og $y = t + s$

(c) $z = x^2 y$ der $x = t$ og $y = \sqrt{t^2 - s}$

Oppgave 2

En bedrift produserer en vare i mengde x med en produktfunksjon $F(N) = \sqrt{N}$, der N er et mål på sysselsettingen i bedriften.

a) Angi egenskaper til denne produktfunksjonen (grense- og gjennomsnittsproduktivitet og grenseelastisitet).
b) Utled kostnadsfunksjonen med tilhørende grense-og gjennomsnittskostnad, når prisen per enhet av N er W. Hvordan varierer grensekostnaden selv med produsert kvantum?
c) Det ferdige produktet kan selges til gitt pris p per enhet. Hvor mye vil bedriften ønske å produsere av varen når målet er profittmaksimering?
d) Finn et uttrykk for den maksimale profitten.
e) Hvordan påvirkes tilpasningen av at «realprisen» $\frac{p}{W}$ øker?

Anta nå at vi har en mer generell produktfunksjon $F(N)$, strengt voksende, med avtakende grenseproduktiviet og med $F(0) = 0$, der $N = hn$, med n som antall ansatte og h som arbeidstid per ansatt i den perioden vi betrakter (for eksempel per uke), slik at hn er antall utførte timeverk. La w være lønn per time og la det ferdige produktet bli solgt til gitt pris p. Bedriften må forholde seg til gitt arbeidstid per ansatt.

f) Utled betingelser for profittmaksimum når bedriften fritt kan velge antall ansatte?
g) Hvordan påvirkes bedriftens tilpasning av at timelønna øker?
h) Hvordan vil bedriften endre tilpasning om arbeidstiden per uke går ned?

Oppgave 3
Vis hvordan *endringen i grensekostnaden* kan uttrykkes med utgangspunkt i produktfunksjonen. Hint: Fra $x = F(n)$ med F strengt voksende for alle n, har vi at $n = G(x)$, der G er den inverse til F. Med pris per enhet av n, gitt ved w, vet vi at de variable kostnadene kan skrives som $c(x;w) = wG(x)$.) Spesielt: Vis at $c'(x;w) = \dfrac{w}{F'(G(x))}$ og bruk dette til å utlede $c''(x;w)$.

Oppgave 4
I denne oppgaven skal vi se på problemet:

$$\text{Minimer } f(x,y) = x + 4y$$
$$\text{under bibetingelsen } g(x,y) = xy = 1.$$
$$\text{Definisjonsområdet for } f \text{ er } x \geq 0 \text{ og } y \geq 0$$

a) Løs problemet ved hjelp av innsetting: Bibetingelsen innebærer at $y = \frac{1}{x}$; Minimer $h(x) = f(x, \frac{1}{x}) = x + \frac{4}{x}$.

b) Løs det opprinnelige problemet med Lagranges metode. *(Hint: Førsteordensbetingelsen for Lagrangefunksjonen gir to ligninger hvor Lagrangemultiplikatoren λ inngår. Løs begge ligningene for λ. Merk at de to uttrykkene for λ må være like og finn så x uttrykt ved y. Sett til slutt inn i bibetingelsen.)*

c) *(Les hele resten av oppgaven før du begynner)* Tegn nivålinjer for funksjonen $f(x,y)$. Tegn spesielt den nivålinja som svarer til løsningen du fant i a)-b).

d) I samme diagram: Tegn inn kurven for bibetingelsen $g(x,y) = xy = 1$. Kan du utfra figuren si om du har funnet et minimum eller et maksimum?

Oppgave 5
En bedrift produserer to varer i kvantum, *x* og *y*. Prisene på varene er henholdsvis *p* og *q*. Produksjonskostnadene er gitt ved funksjonen *C(x,y)*.

a) Forklar hvorfor bedriftens profitt blir *px+qy-C(x,y)*.

b) Hva blir førsteordensbetingelsene?

c) Anta at det finnes et entydig stasjonærpunkt (Det betyr at det finnes ett, men bare ett, stasjonærpunkt). Anta videre at i stasjonærpunktet er både *x* og *y* er strengt positive. Hvilke betingelser må du legge på funksjonen *C(x,y)* for å sikre andreordensbetingelsene er oppfylt og at stasjonærpunktet er et maksimum.