

ECON2200, Våren 2015
Oppgaver til tredje plenumsregning, uke 10.

Oppgave 1

- a) Tegn en nivåkurve til funksjonen $f(x, y) = x^a y^b$, f.eks kurven $f(x, y) = 1$. Gjør dette for tilfellene
- 1) $a=1/3$ og $b=2/3$
 - 2) $a=0,5$ og $b=0,5$
 - 3) $a=2/3$ og $b=1/3$

I fortsettelsen av oppgaven skal du bruke Lagranges metode til å løse minimeringsproblemet:

$$\min_{x,y} (x + y) \text{ under bibetingelsen } x^a y^b = 1$$

- b) Sett opp Lagrangefunksjonen for problemet
- c) Vis at stasjonærpunktet i Lagrangefunksjonen tilfredsstiller følgende ligning (Du skal altså bruke de to førsteordensbetingelsene du får når du deriverer Lagrangefunksjonen.)

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

- d) Kombiner ligningen i c) med bibetingelsen og finn en kandidat til løsning av problemet. (Du skal altså finne et uttrykk for $x^* = \dots$ og $y^* = \dots$.)
- e) For hvilke verdier av a og b blir x^* størst?
- f) Tegn – i samme diagram – bibetingelsen og nivåkurven til $(x+y)$ gjennom minimumspunktet. (For tilfellene 1) og 3) må du her bruke et regneark eller kalkulator om du skal gjøres nøyaktig. Men det holder med en skisse.)

Oppgave 2

En bedrift har produktfunksjonen $x = \sqrt{n - b}$, der b er en positiv konstant, med x som produktmengde og n som innsats av en variabel produksjonsfaktor.

- a) Skisser grafen til denne og angi egenskapene til produktfunksjonen (ved gjennomsnittsproduktivitet, grenseproduktivitet, grenseelastisitet og produktakselerasjon). Hvordan varierer gjennomsnittsproduktiviteten med n ?
- b) Utled den inverse til produktfunksjonen og den tilhørende kostnadsfunksjonen, når w er en gitt pris per enhet av n . Hva er tolkningen av wb ? Utled grensekostnad og samlet gjennomsnittskostnad. Illustrer disse kostnadene.
- c) La pris per enhet av x være p . Hva er betingelsen for at bedriften vil produsere? Hvis drift lønner seg, hva er det profittmaksimerende kvantum av det ferdige produktet? Hvordan varierer tilbudt kvantum med prisene?

Oppgave 3

La a være en parameter.

- a) Finn stasjonærpunktene til funksjonen

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + axy$$

- b) For hvilke verdier av a er stasjonærpunktet et minimum, et maksimum eller ingen av delene?
c) Gjør tilsvarende (dvs., (a) og (b)) for funksjonen

$$g(x, y) = x^4 + y^4 + axy$$

Oppgave 4

Betrakt problemet:

$$\begin{aligned} &\text{Minimer } 2x + y \\ &\text{under bibetingelsen } y - (x - 5)^2 = 0 \end{aligned}$$

- a) Løs problemet først ved innsettingsmetoden.
b) Løs deretter problemet med Lagranges metode. Beregn også Lagrangemultiplikatoren.
c) Finn verdien.
d) Uten å løse problemet på nytt, omtrent hva tror du verdien av $2x + y$ i minimum hadde blitt om bibetingelsen var $y - (x - 5)^2 = 0,1$?