UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT

Øvelsesoppgave i: ECON2200 – Matematikk 1/Mikro 1

Dato for utlevering: 17.03.2016

Dato for innlevering: 05.04.2016 innen kl. 11:30

Innleveringssted: Fronter

Øvrig informasjon:

- Denne øvelsesoppgaven er **obligatorisk.** Kandidater som har fått den obligatoriske øvelsesoppgaven godkjent i et tidligere semester skal ***ikke*** levere på nytt. Dette gjelder også i tilfeller der kandidaten ikke har bestått eksamen.

- Øvelsesoppgaven skal leveres innen fristen. Oppgaver levert etter fristen vil ikke bli rettet.*
- Øvelsesoppgaven skal leveres på innleveringsstedet som er angitt over. Du skal ***ikke*** levere øvelsesoppgaven direkte til emnelæreren eller med e-post.
- Denne oppgaven vil ikke bli gitt en tellende karakter. En eventuell karakter er kun veiledende.
- **Det skal leveres individuelle besvarelser. Det er tillatt å samarbeide, men identiske besvarelser (direkte avskrift) vil ikke bli godkjent.**

- Informasjon om innleveringsoppgaver og kildebruk: **http://www.sv.uio.no/studier/ressurser/kildebruk/index.html.**
- Informasjon om konsekvenser ved fusk: **http://www.uio.no/studier/admin/eksamen/fusk/**

- Dersom besvarelsen din ikke blir godkjent, vil du få en mulighet til å levere en ny besvarelse. Det vil da være en kortere innleveringsfrist. (Merk: Å levere ”blankt” gir ikke rett til nytt forsøk.) Dersom heller ikke dette forsøket lykkes, vil du ikke få anledning til å avlegge eksamen i dette emnet. Du vil da bli trukket fra eksamen, slik at det ikke vil bli et tellende forsøk.

*Dersom en student mener at han eller hun har en god grunn for ikke å levere oppgaven innen fristen (for eksempel pga. sykdom) bør han/hun søke instituttet om utsettelse. Normalt vil utsettelse kun bli innvilget dersom det er en dokumentert grunn (for eksempel legeerklæring).

Obligatorisk oppgave ECON 2200, Våren 2016

Oppgave 1 (10 poeng)

Deriver følgende funksjoner med hensyn på alle argumenter

a) $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + x^{-1}$

b) $g(x) = \frac{x^2+x-1}{x+3}$

c) $h(x) = f(x)(x+a)$

d) $f(x) = g(x, 2x)$

e) $F(x, y) = \frac{g(x,y)}{h(x)}$

f) Finn $\frac{\partial z}{\partial x}$ og $\frac{\partial z}{\partial y}$ når $z = k(t,s) = (3t-2s)^2 + s$ der $s = \frac{x}{y}$ og $t = yx$.

Oppgave 2 (5 poeng)

La y være implisitt gitt av som en funksjon av x gjennom ligningen

$$y^3 + x^2 + y + 1 = 0$$

finn $\frac{dy}{dx}$ ved implisitt derivasjon.

Oppgave 3 (10 poeng)

La $f(x, y) = x^2 + x + y^2 - y + 3xy$

a) Sett opp førsteordensbetingelsene og finn stasjonærpunktet til funksjonen.

b) Avgjør om funksjonen tilfredsstiller de tilstrekkelige betingelsene (andreordens-betingelsene) for å sikre at stasjonærpunktet er et maksimum eller minimum.

Oppgave 4 (15 poeng)

Maksimer

$$a \ln x + b \ln y \quad \text{gitt bibetingelsen } px + qy = m$$

der a, b, p, q og m er strengt positive konstanter

a) Løs problemet først med innsetting

b) Løs problemet med lagranges metode.

c) Vis at $a\ln x + b\ln y = k$ er det samme som at $x^a y^b = e^k$

d) Tegn inn bibetingelsen og noen nivåkurver til funksjonen $a\ln x + b\ln y$ i samme diagram.

e) Forklar med utgangspunkt i figuren hvorfor du mener løsningen du fant i b) er et maksimum.

Oppgave 5 (25 poeng)

Anta at en bedrift produserer *x* enheter av et gode med en mengde arbeidskraft *n* som eneste innsatsfaktor. Produktfunksjonen er $F(n)$ slik at $x = F(n)$. La *p* være produktpris og *w* være lønn (pris på arbeidskraft).

a. Bruk disse variabler og funksjon til å utlede førsteordensbetingelsen for profittmaksimum.
b. Forklar i ord det økonomiske innholdet i førsteordensbetingelsen.
c. Forklar hvorfor førsteordensbetingelsen impliserer at den optimale *n* kan uttrykkes som en funksjon $n\left(\frac{w}{p}\right)$.
d. Hvordan påvirkes bruken av arbeidskraft, altså *n*, av en økning i produktprisen?
e. Vi er også interessert i hvordan tilbudt kvantum påvirkes av prisen. Bruk det foregående til å finne et uttrykk for $\frac{\partial x}{\partial p}$.
f. Forklar hvordan vi alternativt kan skrive profitten som

   $\pi = px - c(x)$, der $c(x)$ er kostnadsfunksjonen, og
g. utled førsteordenbetingelsen for profittmaksimum.
h. Finn nå et uttrykk for $\frac{\partial x}{\partial p}$.
i. Sjekk om resultatet er det samme som i pkt. e.

Oppgave 6 (10 poeng)

Anta at en profittmaksimerende produsent som er prisfast kvantumstilpasser, er i langsiktig optimum.

i. Forklar hva dette vil si.

Anta at det skjer en økning i produktprisen.

ii. Hvordan endres tilbudt kvantum på kort sikt?
iii. Hvordan endres tilbudt kvantum på lang sikt?
iv. Vis eventuell forskjell mellom ii. og iii. analytisk eller grafisk.

Oppgave 7 (9 poeng) Sant eller usant

Angi for hvert utsagn om det er sant eller usant og begrunn svaret.

a. Når grensekostnaden er mindre enn enhetskostnaden, er enhetskostnaden stigende.
b. La en produktfunksjon være gitt ved $f(n,k)$ og la *w* og *q* være pris på henholdsvis *n* og *k*. Anta at $f_n'(n,k) = f_k'(n,k) = 1$, w=2 og q=1. Da driver bedriften kostnadseffektivt.
c. Hvis skalaelastisiteten er 0,5 vil 2 prosent økning i alle innsatsfaktormengdene føre til 1 prosent økning i produsert mengde.

Oppgave 8 (10 poeng) Definisjoner

a. Definer indifferenskurve.
b. Definer den marginale substitusjonsbrøken til en konsument.
c. Definer teknisk komplementaritet.
d. Definer grenseelastisitet.
e. Definer ugjenkallelig kostnad («sunk cost»).

Oppgave 9 (6 poeng)

Anta at en institusjon har produktfunksjonen $\mathrm{f}(n,k)$ med konstant skalautbytte, der *n* og *k* er mengder av to innsatsfaktorer. La *w* og *q* betegne de respektive faktorpriser. Institusjonen driver kostnadseffektiv produksjon. Vi observerer at $\frac{n}{k}$ har falt i løpet av en periode der *q* har ligget fast. Utled matematisk hvordan *w* må ha endret seg i løpet av perioden.