

Grupperegning 4

Herman Kruse, Økonomisk Institutt, UiO

Oppgave 1

a) Løs følgende optimeringsproblem ved bruk av Lagranges multiplikator metode:

$$\max(\min)_{x,y} f(x,y) = \ln x + \ln y \quad \text{s.t.} \quad x + y^2 = m \quad (1)$$

b) Bestem om det stasjonærpunktet du har funnet er et maksimum eller et minimum for problemet.

c) Løs for verdifunksjonen til problemet, $f^*(m)$.

d) Regn ut $\frac{df^*}{dm}$. Verifiser deretter at du kan bruke omhyllingssetningen til å finne det samme svaret!

Oppgave 2 En bedrift ønsker å minimere kostnadene forbundet med produksjonen av en vare, og de har som mål å produsere \bar{Y} enheter av denne varen. Bedriften bruker arbeidskraft L og kapital K i produksjonen og har produktfunksjon $F(K, L)$. Kapital er fastsatt på forhånd til \bar{K} og bedriften kan ikke velge å kjøpe eller selge K -enheter. La w, q betegne henholdsvis lønn til arbeidere og kostnader for kapital

(som bedriften må betale per enhet kapital selv om det er fastsatt).

- a) Hva gjør bedriften for å minimere kostnadene?
- b) Hva blir endringen i kostnadene for bedriften en (i) økning i lønna w og (ii) en økning i produksjonsmålet \bar{Y} .
- c) (Vanskelig) Gi en tolkning av svarene i b.

Oppgave 3 Finn $y'(x)$ i følgende problemer:

- a) $(y \cdot h(y, x))^2 = 10$
- b) $xy + e^{xy} = 1$
- c) $p f'_y(x, y) = w$

Oppgave 4 Vis at funksjonene har en invers og finn den inverse deriverte (g er den inverse funksjonen til f i begge oppgavene):

- a) $f(x) = e^x$ finn $g'(2)$
- b) $f(x) = \frac{1}{x}$ finn $g'(1/3)$. Anta at $x \geq 0$.

Oppgave 5 Anta at en bedrift har en generell produktfunksjon $F(N)$ der $N = hn$ hvor h er antall arbeidstimer per ansatt og n er antall ansatte. Anta at $F(N)$ er strengt voksende og konkav. La w være lønn per arbeider og produktet selges til pris p . Bedriften kan ikke bestemme h , men kan fritt velge antall ansatte n .

- a) Utled en betingelse som bestemmer bedriftens optimale valg av antall ansatte.
- b) Hvordan påvirkes bedriftens optimale valg av n hvis lønn per arbeider w øker?
(Hint: Bruk implisitt derivasjon)
- c) Hvordan påvirkes bedriftens optimale valg av n hvis arbeidstiden per ansatt h går ned?
(Hint: Bruk implisitt derivasjon)