JV; 6.mars 2017

ECON 2200 – våren 2015: Oppgave til plenumsregning uke 11

Oppgave 1

Vi betrakter en liten åpen økonomi som består av to konkurranseutsatte sektorer. I hver sektor produseres en vare ved hjelp av (homogen) arbeidskraft. I den ene sektoren produseres en vare i mengde x ved hjelp av produktfunksjonen $x = F(n)$. Her er n bruk av arbeidskraft. Du skal anta at $F(0) = 0, F' > 0, F'' < 0$, samt at $F'(0) = \infty$. Nå vil $x-$varen kunne selges på verdensmarkedet til en gitt pris p. Den andre varen produseres i mengde $y = G(m)$, der m er bruk av arbeidskraft i denne sektoren. Produktfunksjonen G har tilsvarende egenskaper som F, samtidig som $y-$varen også selges til en gitt pris (q) på verdensmarkedet.

Samlet mengde arbeidskraft tilgjengelig for denne økonomien er eksogent gitt ved N.

a) Finn den fordelingen av arbeidsstyrken på de to sektorene som maksimerer nasjonalinntekten $pF(n) + qG(m)$. Bruk enten «innsetting» eller Lagranges metode.

b) Illustrer løsningen i et badekardiagram og begrunn hvorfor den løsningen du anbefaler, faktisk gir maksimal nasjonalinntekt. Vis spesielt allokeringstapet eller tapet i nasjonalinntekt av at allokeringen ikke oppfyller den betingelsen du skal ha utledet.

c) Hvordan påvirkes den optimale fordelingen av arbeidskraft mellom sektorene om
   - Produktprisen p øker
   - Samlet tilbud av arbeidskraft øker

Oppgave 2

En bedrift kan produsere en og samme vare i to produksjonsanlegg. I anlegg 1 er kostnadsfunksjonen ved produksjon av z enheter gitt ved $c_1(z)$, mens kostnadsfunksjonen ved produksjon av x enheter i anlegg 2 er gitt ved $c_2(x)$.

Anta at grensekostnaden i hvert anlegg er positiv og stigende med produsert mengde. (Faste kostnader knytter seg til hele bedriften – uansett hvor den produserer og hvor mye, faste kostnader er upåvirket.)

Bedriften har fått i oppdrag å produsere en *gitt* mengde y av ferdigvaren, og ledelsen ønsker å fordele produksjonen mellom de to anleggene slik at samlet kostnad blir så lav som mulig.

a) Hva kjennetegner kostnadsminimerende produksjonsfordeling? Begrunn svaret!

b) Anta at de to anleggene ligger i ulike regioner, og at det i region 1 (der anlegg 1 er lokalisert) finner sted en lokal økning i prisen på produksjonsfaktoren. Hvordan påvirkes produksjonsfordelingen?

c) Anta at grensekostnaden i anlegg 2 er konstant og lik a, samtidig som grensekostnaden i anlegg 1 er positiv og stigende. Anta videre at $\frac{dc_1(0)}{dy} = b$.

   Under hvilke betingelser vil den gitte produksjonen i sin helhet foregå i anlegg 2?

Oppgave 3

I stedet for å minimere kostnaden for gitt produktmengde, ønsker vi å maksimere produktmengden $x = f(n,k)$ for gitt budsjett $S_0 = wn + qk$. (Det antas at produktfunksjonen har «normale» egenskaper. Symbolene er som i boka.)

a) Still opp Lagrangeproblemet for dette problemet og utled betingelsene for produktmaksimering for det gitte budsjettet S_0.

b) La produktfunksjonen være $x = An^a k^{1-a}$, med $0 < a < 1$ og $A > 0$, og vis at faktorenes andel for den produktmaksimerende faktorkombinasjonen, betinget av det gitte budsjettet, er hhv. $wn = aS_0$ og $qk = (1-a)S_0$. Hvor mye blir nå produsert.