

Løsningsveiledning,* seminar 7

Econ 2220, Vår 2018

Katinka Holtsmark

Oppgave 1

a)

$$\begin{aligned} \max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} U_A(x_A^1, x_A^2) \quad & \text{gitt} \quad U_B(x_B^1, x_B^2) = U_B^0 \\ & x_A^1 + x_B^1 = x^1 \\ & x_A^2 + x_B^2 = x^2 \end{aligned}$$

Problemet kan løses ved hjelp av Lagrange eller innsetting, eller begge deler som følger:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= U_A(x_A^1, x_A^2) - \lambda(U_B(x_B^1, x_B^2) - U_B^0) \\ \text{FOB: } & -\frac{\partial U_A}{\partial x_A^1} - \lambda \frac{\partial U_B}{\partial x_B^1} = 0 \\ & -\frac{\partial U_A}{\partial x_A^2} - \lambda \frac{\partial U_B}{\partial x_B^2} = 0 \\ & \Rightarrow \frac{\frac{\partial U_A}{\partial x_A^1}}{\frac{\partial U_A}{\partial x_A^2}} = \frac{\frac{\partial U_B}{\partial x_B^1}}{\frac{\partial U_B}{\partial x_B^2}} \end{aligned}$$

Betingelsen sier at i enhver paretooptimal allokering må MRS være lik for begge konsumentene (indifferenskurvene tangerer i bytteboksen). Det betyr at verdien av én enhet av vare 1 (målt i enheter av vare 2) er den samme for begge konsumentene. Dersom dette ikke er tilfelle ville det vært mulig å øke nytten for én av konsumentene uten å redusere nytten for den andre ved å endre fordelingen av de to varene mellom de to.

*Veiledningen skal være en hjelp til løsning av oppgaven, den er ikke en fullstendig besvarelse.

b) Nei, eierrettighetene påvirker ikke hvilke allokeringer som er paretooptimale.

c) Hver av konsumentene maksimerer sin nytte for gitt budsjettbetingelsene, slik det er gjennomgått i forelesning. Tilpasningsbetingelsene er gitt ved:

$$\frac{\partial U_A}{\partial x_A^1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \frac{\partial U_B}{\partial x_B^1} = \frac{p_1}{p_2}$$

Optimalitetsbetingelsen følger direkte fra dette.

d) Ja. Med denne fordelingen av eierrettigheter blir det ingen handel i markedet, og konsument A konsumerer alt som finnes av begge varene. Men så lenge konsument A har positiv marginalnytte av konsum av begge varene er det ikke mulig å gjøre noen endringer i allokeringen (dvs øke konsumet for konsument B) uten at konsument A får lavere nytte.

e) Når velferden W maksimeres (sjekk at du kan sette opp og løse problemet!) får vi følgende to betingelser:

$$a \frac{\partial U_A}{\partial x_A^1} = b \frac{\partial U_B}{\partial x_B^1}$$
$$a \frac{\partial U_A}{\partial x_A^2} = b \frac{\partial U_B}{\partial x_B^2}$$

Begge varene skal altså fordeles mellom konsumentene slik at den vektete nytteøkningen den siste konsumentenheten (for hver vare) gir skal være lik for begge konsumentene. Konsument A vektet med a , konsument B vektet med b .

Ved å dele venstre og høyre side i den første betingelsen på henholdsvis venstre og høyre side i den andre får vi nettopp betingelsen for paretooptimalitet. Dermed kan ikke de to betingelsene for maksimering av velferdsfunksjonen gjelde uten at allokeringen er paretooptimal.

f) Ja, det er mulig at slike allokeringer finnes. Dersom vi starter i allokeringen der A konsumerer alt som finnes, og omfordeler noe av vare 1 eller 2 til konsument B vil nytten reduseres for konsument A, men økes for konsument B. Avhengig av størrelsen på nytteendringene, og av vektene a og b , vil velferden gå opp eller ned. Er vi i en allokering som ikke er paretooptimal finnes det imidlertid alltid minst én paretooptimal allokering som gir høyere velferd enn denne.

Oppgave 2

a) En velmenende samfunnsplanlegger vil løse følgende maksimeringsproblem:

$$\begin{aligned} \max_{c,f,x,n} U(c, f) \quad & \text{gitt} \quad c = x \\ & x = F(n) \\ & f = T - n \end{aligned}$$

Dette kan løses ved hjelp av Lagrange eller innsetting.¹ Løsningen er gitt ved betingelsen:

$$\frac{\partial U}{\partial c} F'(n) = \frac{\partial U}{\partial f} \quad \text{eller} \quad \frac{\frac{\partial U}{\partial f}}{\frac{\partial U}{\partial c}} = F'(n)$$

Den første formuleringen kan gis følgende tolkning: nytteverdien som skapes av å sette inn én arbeidstime i produksjonen (produksjonsøkningen ganget med nytteøkningen ved én enhets produksjonsøkning) skal være lik nytteetapet ved å fratas én time fritid.

Den andre formuleringen kan gis følgende tolkning: Verdien av en time fritid målt ved hvor mange konsumentheter konsumenten er villig til å gi fra seg for denne, skal være lik verdien - i produksjon av konsumentheter - av en arbeidstime.

b) Konsumentens budsjettbetingelse er gitt ved $pc = wn$ der $n = T - f$, slik at den kan omskrives til $pc + wf = wT$. Da løser konsumenten følgende problem:

$$\begin{aligned} \max_{c,f} U(c, f) \quad & \text{gitt} \quad pc + wf = wT \\ & \Rightarrow \frac{\frac{\partial U}{\partial f}}{\frac{\partial U}{\partial c}} = \frac{w}{p} \end{aligned}$$

Bedriften maksimerer profitten:

$$\max_n pF(n) - wn \quad \Rightarrow F'(n) = w$$

¹ Dette er et problem med fire endogene variable (c, f, x og n) og tre betingelser, slik at det er én frihetsgrad. Vi trenger da ytterligere én betingelse for å bestemme allokeringen. Å telle frihetsgrader er nyttig når vi løser maksimeringsproblemer, både fordi det hjelper oss å forstå det økonomiske innholdet i problemet, og fordi det viser hvor mange betingelser løsningen på problemet skal gi.

Fra de to tilpasningsbetingelsene følger altså optimalitetsbetingelsen. Dermed kan vi si at dersom de to tilpasningsbetingelsene skal holde (og det skal de i markedslikevekten, de beskriver aktørens atferd) må allokeringen være paretooptimal.

c) I utgangspunktet tar hver aktør kun hensyn til effekten av egne handlinger på seg selv (sin egen nytte for konsumenten, sin egen profitt for produsenten). Imidlertid vil prisene i markedslikevekten ha den egenskapen at de signaliserer kostnad i alternativ anvendelse av alle ressurser. Reallønna (w/p) signaliserer verdien av arbeidstimer for produsenten til konsumenten, og den signaliserer verdien av fritid (kostnaden av arbeidstimer) for konsumenten til produsenten. Kostnaden ved å benytte en ekstra arbeidstime som produsenten tar hensyn til er dermed lik den samfunnsøkonomiske kostnaden - den faktiske kostnaden for konsumenten ved å jobbe en time ekstra. Dette gjør at den paretooptimale allokeringen av timene blir realisert i dette markedet.