

Løsningsveiledning,* seminar 8

Econ 2220, Vår 2018

Katinka Holtsmark

a) Maksimeringsproblemet er gitt ved:

$$\max_{N_1, N_2, x_1, x_2, Z} U(x_1, x_2, Z) \quad \text{gitt} \quad (1) - (4)$$

Dette er et problem med fire bibetingelser, og fem endogene variable (N_1, N_2, x_1, x_2, Z) . N er en eksogen variabel i problemet. Det betyr at vi har én *frihetsgrad*, eller at dersom vi bestemmer én av de endogene variablene vil alle være bestemt. Det betyr videre at vi trenger én betingelse til for å bestemme allokeringen. Løsningen på maksimeringsproblemet vil altså gi oss én betingelse, og når denne betingelsen holder er vi i allokeringen som gir høyest mulig nytte til konsumenten.

Ved å bruke innsetningsmetoden kan vi redusere problemet til det følgende, med bare én endogen variabel:

$$\max_{N_1} U(F(N_1), G(N - N_1), KF(N_1))$$

b) Førsteordensbetingelsen er gitt ved:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} F'(N_1) - \frac{\partial U}{\partial x_2} G'(N_2) + \frac{\partial U}{\partial Z} KF'(N_1) = 0$$

Verdien av å øke N_1 (det første leddet, økt konsum av vare 1) må være lik kostnaden. Kostnaden ved å øke N_1 består nå ikke lenger bare av den direkte kostnaden (andre ledd, mindre produksjon av vare 2), men også av det siste leddet som angir kostnaden for konsumenten i form av økning i forurensning. Når N_1 økes med én enhet øker mengden produsert av vare 1 med $F'(N_1)$. Multiplisert med K gir dette økningen i Z . Nyttetapet til konsumenten totalt blir da dette multiplisert med nyttetapet per enhets økning i Z .

*Veiledningen skal være en hjelp til løsning av oppgaven, den er ikke en fullstendig besvarelse.

Fra førsteordensbetingelsen følger betingelsen gjengitt i oppgaven. Betingelsen forteller overordnet det samme: Ressursen – arbeidskraft – skal kaste av seg det samme i begge anvendelser, på marginen. Her er hvert ledd målt i enheter av vare 2 pr enhet av vare 1: Betingelsen sier da at verdien av økt produksjon av vare 1 målt i enheter av vare 2 (venstresiden) på marginen skal være lik kostnaden ved å øke produksjonen. Kostnaden er – igjen – todelt: Det første leddet på høyresiden angir den direkte kostnaden, lavere produksjon av vare 2 (MRT, hvor mye som må oppgis i produksjonen av vare 2 dersom man skal flytte tilstrekkelig mengde arbeidskraft til produksjonen av vare 1 til at x_1 økes med én enhet). Det siste leddet angir kostnaden i form av mer av den eksterne virkningen: Nyttetapet pr enhets økning i Z er målt ved hvor mye konsumenten må ha i kompensasjon av vare 2 for å beholde samme nyttenivå dersom Z øker med én enhet. Dette er multiplisert med K – økningen i Z når produksjonen av vare 1 økes med én enhet.

c) I økonomien genereres det inntekt på tre måter: Hver av bedriftene genererer profitt (π_1, π_2) og arbeidskraften lønnes. Totalt blir inntekten som genereres dermed $\pi_1 + \pi_2 + wN$. Det er dette som utgjør inntekten konsumenten har i budsjettbetingelsen.

d) Bedrift 1 løser følgende problem:

$$\max_{N_1} p_1 F(N_1) - wN_1$$

Førsteordensbetingelsen/tilpasningsbetingelsen blir:

$$p_1 F'(N_1) - w = 0 \quad \Leftrightarrow \quad F'(N_1) = \frac{w}{p_1}$$

Betingelsen sier at verdien – for bedriften – av å øke N_1 med én enhet skal være lik kostnaden. I den siste formuleringen av betingelsen er leddene målt i enheter av varen pr enhet av arbeidskraft (i den første målt i kroner pr enhet arbeidskraft).

Bedrift 2 løser det helt parallelle problemet, som gir helt tilsvarende løsning med tilsvarende tolkning:

$$\max_{N_2} p_2 G(N_2) - wN_2 \quad \Rightarrow \quad G'(N_2) = \frac{w}{p_2}$$

e) Konsumenten løser:

$$\max_{x_1, x_2} U(x_1, x_2, Z) \quad \text{gitt} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = R$$

der $R = \pi_1 + \pi_2 + wN$. Konsumenten bestemmer ikke selv Z , så selv om den inngår i nyttefunksjonen er den ikke en av variablene det maksimeres med hensyn på. Tilpasningsbetingelsen blir:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

Verdien for konsumenten av en økning i konsumet av vare 1 skal være lik kostnaden ved å anskaffe den økningen i markedet – målt i enheter av vare 2.

f) Når konsumenten tilpasser seg på denne måten vil jo prisforholdet p_1/p_2 i markedet representere verdien konsumenten har av økt konsum av vare 1, målt i enheter av vare 2. Pga den eksterne virkningen er jo ikke dette det samme som verdien av økt produksjon av vare 1, for konsumenten.

g) Fra produsentenes tilpasningsbetingelser kan vi vise at:

$$\frac{G'(N_2)}{F'(N_1)} = \frac{\frac{w}{p_2}}{\frac{w}{p_1}} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Dermed følger det at i markedsliekevekten har vi:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = \frac{G'(N_2)}{F'(N_1)} < \frac{G'(N_2)}{F'(N_1)} - \frac{\frac{\partial U}{\partial Z}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} K$$

. I markedsliekevekten er altså verdien av vare 1 *lavere*, på marginen, enn den er i den paretooptimale allokeringen. Det betyr at produksjonen av vare 1 er *høyere* i markedsliekevekten enn i den paretooptimale allokeringen (når marginalnyttens av et gode er lav er konsumet høyt).

Dette skjer fordi bedrift 1 ikke står ovenfor noen kostnad på forurensning. I markedsliekevekten vi har sett på *uten* den eksterne virkningen signaliserer prisene verdien av ressurser i alternative anvendelser (for eksempel signaliserer p_1/p_2 verdien for konsumenten av at produksjonen av vare 1 økes marginalt). Slik er det ikke her, fordi det ikke finnes noen pris som signaliserer kostnaden av mer forurensning.

h) Utgangspunkt for diskusjon: Med et forbud kan man fjerne all forurensning. Samtidig vil man da også redusere konsumet av vare 1 til null. Det er ikke åpenbart at det er verdt det. Og det er i hvert fall ikke åpenbart at det er den beste måten

å redusere forurensningen på, i denne økonomien

i) Utgangspunkt for diskusjon: Dersom man hadde pålagt produsenten av vare 1 å betale en avgift pr enhet produsert (på marginen) ville produksjonen av vare 1 gått ned, mens produksjonen av vare 2 ville gått opp. Riktig størrelse på avgiften kunne dermed sørget for at den paretooptimale allokeringen ble realisert i markedslikevekten. Riktig størrelse må innebære at avgiften reflekterer kostnaden ved forurensning *på marginen*.