Seminar 4
ECON 2915 Vekst og næringsstruktur

Høsten 2007

Oppgave 1: Faktoravlønning

Betrakt makroproduktfunksjonen

$$Y = F(K, L)$$

La q være realprisen på leie av kapital, og w være reallønna.

a) Angi benevningen til q og w. Angi også benevningen til marginalproduktene F_K og F_L.
b) Skisser hvorfor vi vil ha $q = F_K$ og $w = F_L$ i en frikonkurranselikevekt.
c) La r være realrenta i økonomien. Hvorfor vil vi da ha $q = r + \delta$ i likevekt?

Oppgave 2: Renteforskjeller mellom land

I denne oppgava antar vi frikonkurranselikevekt og at produktfunksjonen er Cobb-Douglas

$$Y = F(K, L) = K^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

a) Vis at

$$F_K = \alpha \frac{Y}{K}, \quad F_L = (1-\alpha)\frac{Y}{L}$$

b) Bevis og tolk likningen

$$qK + wL = Y$$

c) Hvordan kan man estimere α fra empiriske data?
d) Vis at

$$q = \alpha y^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

e) Hva skjer med relarenta når økonomien vokser ved kapitalakkumulasjon?
f) Anta at land A er 10 ganger så rikt som land B ($y_A = 10 y_B$). Alt annet likt, hvor mye høyere vil q være i land B enn i land A? Virker dette rimelig?
g) Hva skjer med svaret i f) om α er høyere?

Oppgave 3: Den gyldne regel

Denne oppgaven løses innfor rammen av en standard Solow-modell med eksogen befolkningsvekst.

a) Begrunn kort hvorfor vi kan skrive kapitalintensiteten i steady-state, k^{ss} som en funksjon av investeringsrata γ:

$$k^{ss} = k^{ss}(\gamma)$$

b) Gi en tolkning av optimeringsproblemet:

$$\max_{\gamma} \quad (1-\gamma)f(k^{ss}(\gamma))$$

c) Begrunn at optimeringsproblemet kan omformuleres til

$$\max_{k^{ss}} \quad f(k^{ss}) - (n+\delta)k^{ss}$$

d) Det nivået på kapitalintensiteten, k^{gr}, som tilfredstiller

$$f'(k^{gr}) = n + \delta$$

sies ofte å være i overenstemmelse med den "gyldne regel" (golden rule). Hvorfor tror du det fortjener denne betegnelsen?

e) Kan du se grunner til å avvike fra den gyldne regel?

Ekstraoppgave: Humankapital og verdien til α

Denne oppgava vil ikke bli gjennomgått på seminaret. Du bør likevel regne gjennom oppgava siden den illustrerer et ganske viktig poeng, nemlig hvorfor vi kan tolke humankapital inn i standardvarianten av Solow-modellen via høyere α. Det er forventet at man har kjennskap til dette poenget, men man ikke vil forventes å kunne reprodusere et formelt bevis (det vil si utledningene i denne oppgava).

Betrakt en Cobb-Douglas produktfunksjon

$$Y = K^{\alpha}H^{\beta}L^{1-\alpha-\beta}$$

der H er mengden av humankapital i økonomien (merk at måten vi måler humankapital på her avviker noe fra slik det gjøres i boka og på forelesning). Anta at begge kapitalbeholdningene depresierer med samme rate δ.

a) Hvorfor vil likevekt i kapitalmarkedene gi

$$H = \frac{\beta}{\alpha}K \tag{1}$$

b) Sett inn (**??**) i produktfunksjonen og vis at

$$Y = \tilde{A} K^{\tilde{\alpha}} L^{1-\tilde{\alpha}} \tag{2}$$

der $\tilde{A} = (\beta/\alpha)^{\beta}$ og $\tilde{\alpha} = \alpha + \beta$.

c) Husk fra tidligere oppgaver at (**??**) innebærer at $y = \tilde{A} k^{\tilde{\alpha}}$. La i tillegg $h = H/L$. Tolk likningen:

$$\dot{k} + \dot{h} = \gamma \tilde{A} k^{\tilde{\alpha}} - (n + \delta)(k + h) \tag{3}$$

d) Vis at under (**??**) kan (**??**) skrives

$$\dot{k} = \gamma A k^{\tilde{\alpha}} - (n + \delta)(k) \tag{4}$$

der $A = \tilde{A}(\alpha/(\alpha + \beta))$.

e) Hva har du lært av dette?