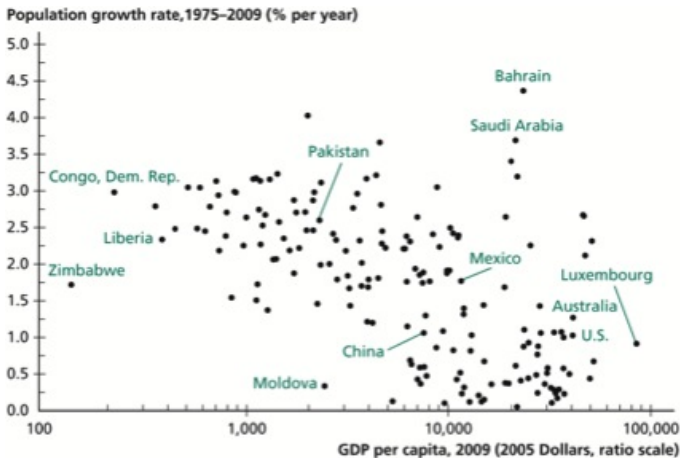


## ECON 2915 – forelesning 3

### Malthus' teori. Befolkningsvekst i Solow-modellen.

Fredag 6.september, 2013

## Figure 4.1: Relationship between income per capita and population growth

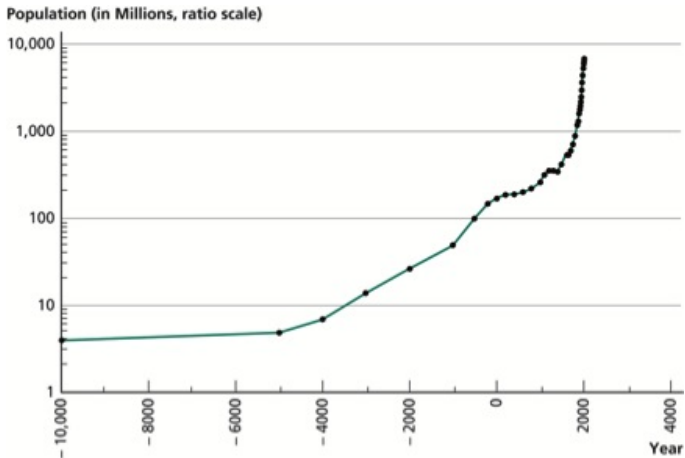


# Befolkningsvekst og BNP per innbygger

Hva er sammenhengen?

- (1) Rask befolkningsvekst gjør et land fattig?
- (2) Fattigdom gir rask befolkningsvekst?
- (3) Både (1) og (2), dvs toveis kausalitet?
- (4) Utelatte faktorer påvirker både fattigdom og befolkningsvekst?

# Figure 4.2: World population, 10 000 B.C. to A.D 2010



# Befolkningsvekstens historie

- Sterk befolkningsvekst er et nytt fenomen (siste 200 år)
- Gjennomsnittlig befolkningsvekstrate:
  - 10 000 f.Kr - 0: 0.04%
  - 0–1800: 0.09%
  - 1800–1900: 0.6%
  - 1900–1950: 0.9%
  - 1950–2000: 1.8%

## Malthus' teori om befolkningsvekst

Thomas Malthus (1766-1834)

*Essay on the Principle of Population* (1798)

### Malthus' teori

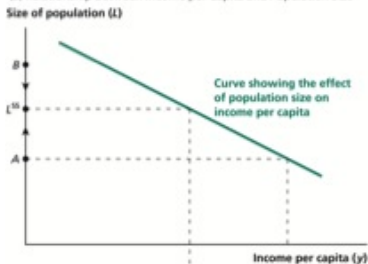
- Bygger på antagelsen at mennesker vil lage så mange barn de kan brødfø
- Matvareforsyningen kan ikke holde tritt med en ubegrenset befolkningsvekst (begrenset jordbruksland)
- Befolkningen vil alltid måtte leve på et eksistensminimum

Befolkningsvekst  $\implies$  jordbruksland tilgjengelig per person avtar  $\implies$  fattigdom tiltar  $\implies$  befolkningsveksten begrenses (positive check)

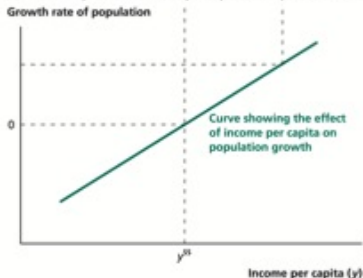
Alternativ: avholdenhet (preventive check)

## Figure 4.3: The Malthusian Model

(a) Relationship Between Income per Capita and Population Size



(b) Relationship Between Income per Capita and Population Growth

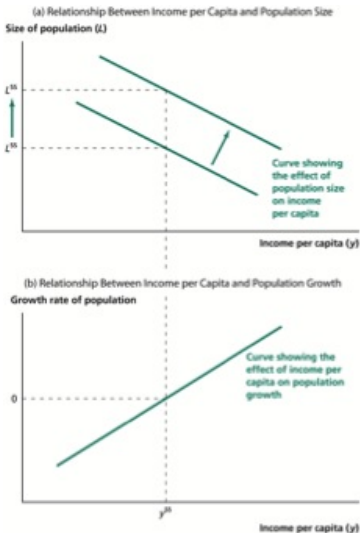


Økonomien går mot  
en stasjonærtilstand:  
eksistensminimum

Større befolkning gir  
negativ  
befolkningsvekst

Mindre befolkning  
gir positiv  
befolkningsvekst

## Figure 4.4: Effect of productivity improvement in the Malthusian model



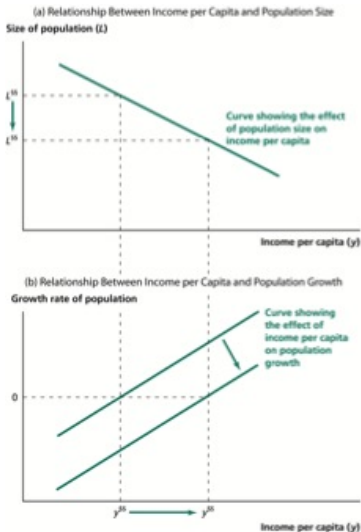
Produktivitetsvekst eller mer jordbruksland fører ikke til en høyere levestandard i stasjonærtilstand

Befolkningen øker, forblir på eksistensminimum

Samsvarer med dataene frem til tidlig 1800



## Figure 4.5: Effect of “moral restraint” in the Malthusian model



Avholdenhet  $\implies$

befolkningen krymper  $\implies$

høyere levestandard

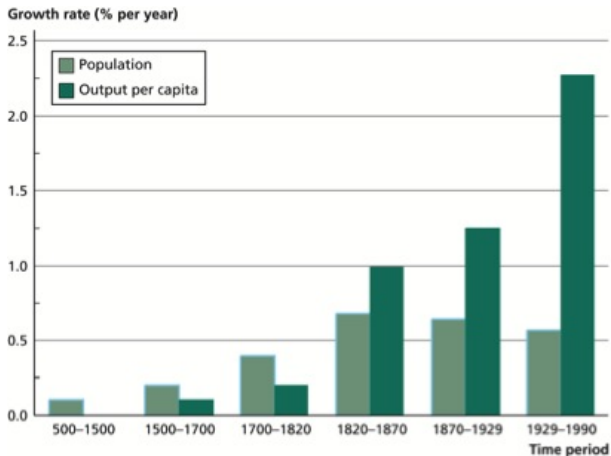
## De siste to hundre årene

Utviklingen de siste to hundre årene er i strid med Malthus:

- (1) Dramatisk økning i levestandard i store deler av verden.
- (2) Lavest befolkningsvekst i verdens rikeste land.

Forklaringskraften til Malthus-modellen kollapset rundt omkring den tiden Malthus skrev.

## Figure 4.6: Breakdown of the Malthusian model in Western Europe



## Har befolkningen ingen effekt på landets inntekt lenger?

Befolkningsstørrelsen er fortsatt en viktig (men ikke lenger dominerende) forklaring på landets inntekt.

Befolkningsveksten har en effekt på landets inntekt per innbygger gjennom effekten på landets kapitalmengde per arbeider.

Vi utvider Solow-modellen for å studere denne mekanismen videre.

Utvidelse av Solow-modellen: Befolkningsvekst gjør at kapitalbeholdningen per arbeider *fortynnes* (engelsk capital dilution): Flere arbeidere må dele på en gitt kapitalmengde.

(Vi antar at befolkningsveksten er lik veksten i arbeidsstyrken.)

## Utvidelse av Solow-modellen: vekst i arbeidsstyrken

Frem til nå (kap.3) har antall arbeidere ( $L$ ) i Solow-modellen blitt holdt konstant. Vi går nå bort fra denne antagelsen.

Vi har nå tre faktorer som bestemmer endringen i  $k = K/L$ : **investering** og **depresiering** (endring i  $K$ ) og **befolkningsvekst** (endring i  $L$ ).

For å finne endringen i  $k$  er det hensiktsmessig å betrakte tiden som en kontinuerlig variabel, slik at vi kan derivere.

## Regning med tiden betraktet som en kontinuerlig variabel

Vi bruker “prikk-notasjon” for den deriverte mhp tid  
(en momentan endring i  $L$ ).

$$dL/dt = \dot{L}$$

Vekstraten ( $n$ ) til arbeidsstyrken er gitt ved,

$$n = \frac{\dot{L}}{L}$$

## Endring i kapitalbeholdningen per arbeider (intensivform)

Endring i kapitalmengden over tid er gitt ved:  $\dot{K} = \gamma Y - \delta K$

Vi finner endring i kapitalmengde per arbeider over tid  $\dot{k}$ :

$$\begin{aligned}\dot{k} &= \left( \frac{\dot{K}}{L} \right) = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2} \\ &= \frac{\dot{K}}{L} - \frac{K\dot{L}}{L^2} \\ &= \frac{\gamma Y - \delta K}{L} - nk \\ &= \gamma y - \delta k - nk \\ &= \gamma f(k) - (\delta + n)k\end{aligned}$$

Viktig! Merk at  $\dot{k} = \left( \frac{\dot{K}}{L} \right) \neq \frac{\dot{K}}{L} = \gamma y - \delta k$

## Nytt uttrykk for stasjonærtilstanden

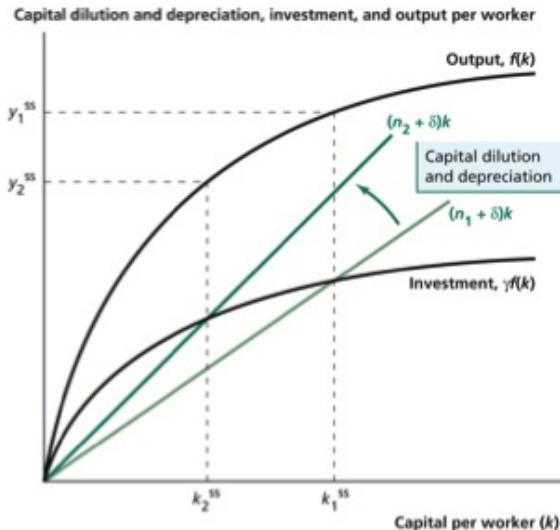
Den nye stasjonærtilstanden (hvor  $\dot{k} = 0$ ) er gitt ved,

$$\begin{aligned}\dot{k} &= \gamma f(k) - (\delta + n)k = 0 \\ \Leftrightarrow \gamma f(k) &= (\delta + n)k\end{aligned}$$

Investering per arbeider lik "effektiv depresiering" av kapital per arbeider (= depresiering + fortynnelse)



## Figure 4.7: The Solow model incorporating population growth



## Cobb-Douglas produktfunksjon

Hvis vi bruker Cobb-Douglas produksjonsfunksjonen  $f(k) = Ak^\alpha$ , er den nye betingelsen for stasjonærtilstanden:

$$\gamma f(k) = (n + \delta)k$$

$$\gamma Ak^\alpha = (n + \delta)k$$

Ved å skrive om ligningen ovenfor for  $k = k^{ss}$ , får vi,

$$k^{ss} = \left( \frac{\gamma A}{n + \delta} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

Ved å sette dette uttrykket inn i produksjonsfunksjonen  $y = Ak^\alpha$  med  $y = y^{ss}$ , får vi,

$$y^{ss} = A(k^{ss})^\alpha = A^{1/(1-\alpha)} \left( \frac{\gamma}{n + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

## Prediksjoner fra Solow-modellen

Hva er effekten av høyere befolkningsvekst?

Tenk på to land,  $i$  og  $j$ , begge i 'steady state', som kun har forskjellig befolkningsvekst ( $n_i$  for land  $i$  og  $n_j$  for land  $j$ ).

Vi antar at de to landene har samme verdi på  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$  og  $\gamma$ .

$$y_i^{ss} = A^{1/(1-\alpha)} \left( \frac{\gamma}{n_i + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

$$y_j^{ss} = A^{1/(1-\alpha)} \left( \frac{\gamma}{n_j + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

$$\frac{y_i^{ss}}{y_j^{ss}} = \left( \frac{n_j + \delta}{n_i + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

## Talleksempel

$$\frac{y_i^{ss}}{y_j^{ss}} = \left( \frac{n_j + \delta}{n_i + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Anta:  $\alpha = 1/3$ ,  $\delta = 0.05$ ,  $n_i = 0$  og  $n_j = 0.04$ .

$$\frac{y_i^{ss}}{y_j^{ss}} = \left( \frac{0.04 + 0.05}{0.00 + 0.05} \right)^{1/2} \approx 1.34$$

## Oppsummering: Malthus versus Solow

Viktige forskjeller i analysen:

- (1) samspillet mellom befolkning og jordbruksland (Malthus) vs. samspill mellom befolkning og kapital (Solow)
- (2) endogen befolkningsstørrelse (Malthus) vs. eksogen befolkningsvekst (Solow)

# Hva bestemmer befolkningsveksten?

'Den demografiske overgangen':

Proessen hvor landets befolkning endrer karakteristika (mortalitet og fertilitet) når landet utvikles

Den demografiske overgangen består i en interaksjon mellom endret (1) **dødelighet** og (2) **fertilitet**

## (1) Dødelighet

Forventet levetid ved fødsel (“forventet levealder”) brukes for å måle dødelighet.

Det var liten/ingen endring i forventet levealder før 1700-tallet.

Kraftig økning i forventet levealder de siste 200 årene

## Figure 4.8: Life expectancy in developed countries

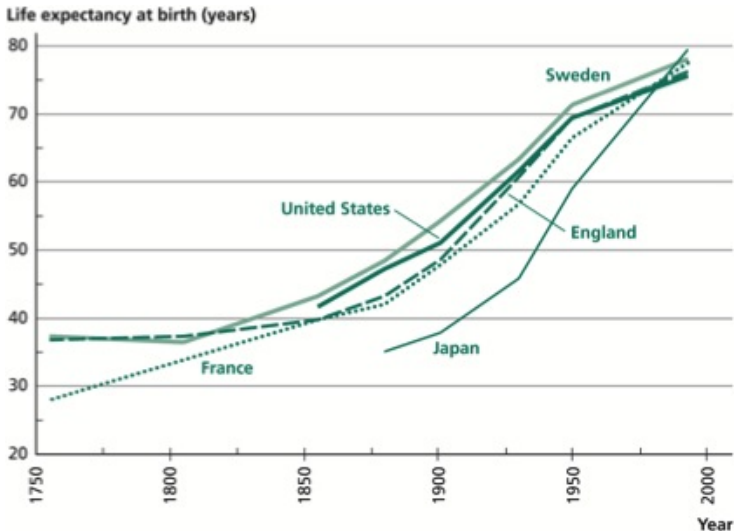
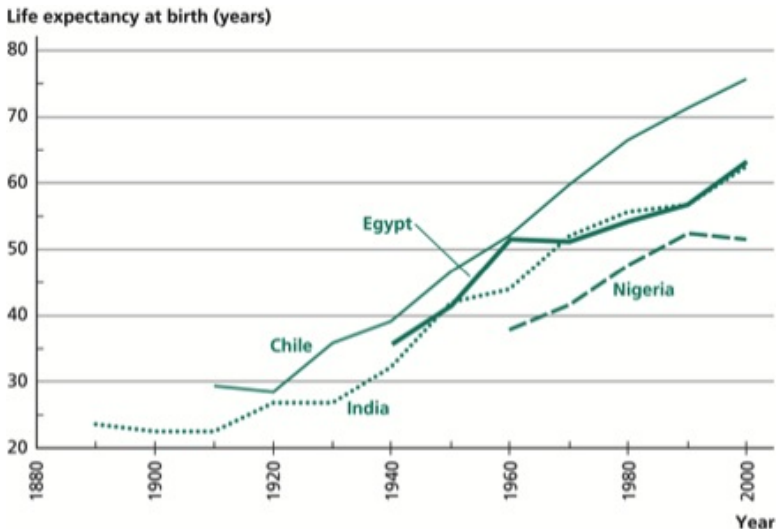




Figure 4.9: Life expectancy in  
developing countries



## Økning i forventet levealder

Kilder til økning i forventet levealder:

- (1) bedre levestandard (mat, boforhold, sanitære forhold)
- (2) forbedring i offentlige helsetiltak (vann- og kloakksystem)
- (3) økt tilbud om medisinsk behandling

Rask økning i forventet levealder i utviklingsland på 1900-tallet kan forklares ved at disse tre faktorene inntraff samtidig.

## Summasjonsnotasjon: til appendikset til kapittel 4

Når vi skal skrive lange summer, bruker vi bokstaven  $\sum$  (stor gresk sigma) som summasjonssymbol.

F.eks. kan “summen fra  $i = 1$  til  $i = n$  av  $N_i$ ” skrives,

$$\sum_{i=1}^n N_i = N_1 + N_2 + \cdots + N_n$$

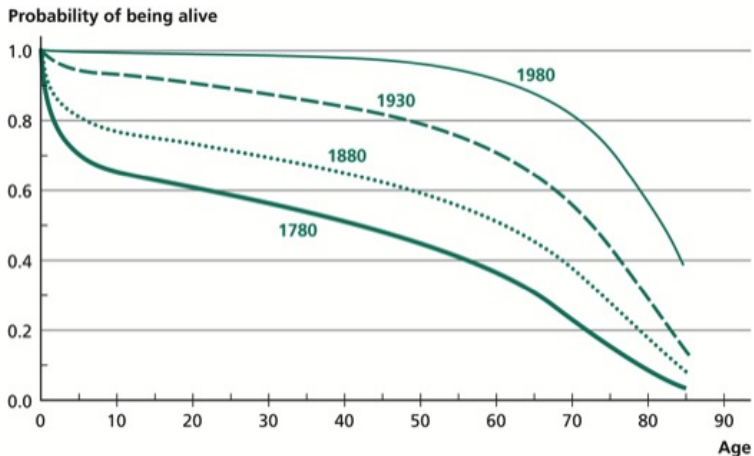
# Overlevelsesfunksjonen

Overlevelsesfunksjonen  $\pi(i)$ : sannsynligheten for å være i live ved alder  $i$

$$\text{Forventet levealder} = \sum_{i=0}^T \pi(i)$$

hvor  $T$  er høyeste alder som er mulig å oppnå.

## Figure 4.13: The survivorship function for women in Sweden



Forventet levealder i Sverige (arealet under kurven) steg fra 38.5 år i 1780 til 79 år i 1980.

## (2) Fertilitet

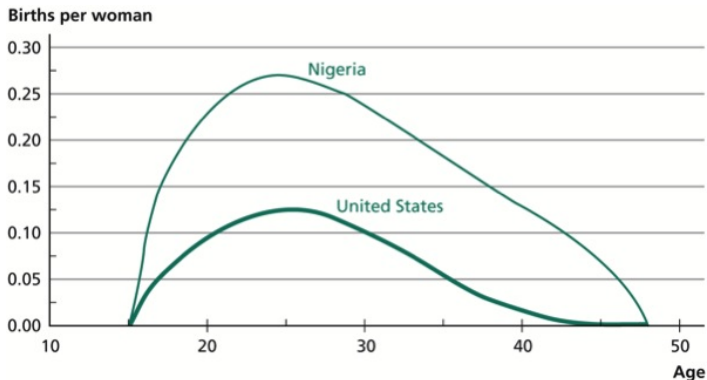
Vi måler fertilitet ved “total fertilitetsrate” (engelsk: total fertility rate) gitt ved:

$$\text{Total Fertility Rate (TFR)} = \sum_{i=0}^T F(i)$$

$F(i)$  er den aldersspesifikke fruktbarhetsraten (gjennomsnittlig antall barn som en kvinne ved alder  $i$  vil føde innenfor det bestemte året)

TFR gir oss antall barn en kvinne ville fått hvis hun levde alle år hun kan få barn, og får et likt antall barn som den gjeldende aldersspesifikke fruktbarhetsraten.

## Figure 4.14: Age-specific fertility rates



TFR (arealet under grafen) var 2.1 i USA og 6.0 i Nigeria

Figure 4.10: Total fertility rate in  
the United States, 1860-2008





## Interaksjonen mellom fertilitet og dødelighet

Netto reproduksjonsrate (NRR) kombinerer fertilitet og dødelighet.

NRR er antall døtre som hver jente som er født kan forvente å føde.

$$\text{NRR} = \beta \sum_{i=0}^T \pi(i)F(i)$$

hvor  $\beta$  er andelen nyfødte som er jenter

## NRR: talleksempel

NRR er faktoren antall jenter i hver generasjon vokser med.

Eksempel:

- Halvparten av barna er jenter
- En fjerdedel av alle jenter dør som spedbarn, resten lever til de ikke kan få barn lenger
- Jentene som overlever får i gjennomsnitt 4 barn

$$\text{NRR} = (1/2) * (3/4) * 4 = 1,5$$

## Figure 4.11: Fertility, mortality and the NRR in Sweden



## Table 4.1: Demographic data for India

Period	Total Fertility Rate	Life Expectancy at Birth	Net Rate of Reproduction
1955–1960	5.92	42.6	1.75
1965–1970	5.69	48.0	1.87
1975–1980	4.83	52.9	1.73
1985–1990	4.15	57.4	1.61
1995–2000	3.45	62.1	1.43
2000–2005	2.73	64.2	1.17

Source: United Nations Population Division (2010).

## Table 4.2: Demographic data for Nigeria

Period	Total Fertility Rate	Life Expectancy at Birth	Net Rate of Reproduction
1955–1960	6.90	38.2	1.97
1965–1970	6.90	42.0	2.12
1975–1980	6.90	46.1	2.28
1985–1990	6.70	50.2	2.38
1995–2000	5.92	52.5	2.20
2000–2005	5.61	50.3	2.00

*Source: United Nations Population Division (2010).*