Jon Vislie; 28/11-06

Sensorveiledning ECON 3610/4610 høsten 2006

Oppgave 1

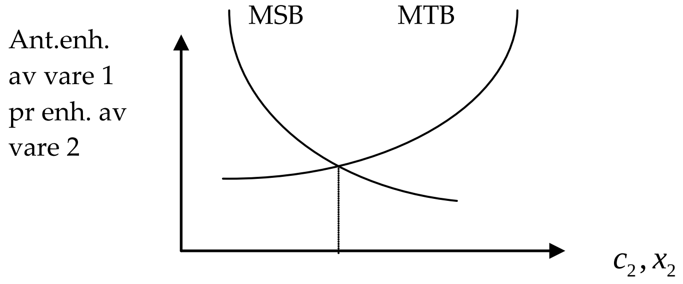
a) Med gitt forsyning av *y*-varen, er problemet å velge en fordeling av den gitte tilgangen på arbeidskraft slik at vi får høyest mulig velferd. Sett $y = y^0 \Rightarrow v = g^{-1}(y^0) = v^0$ som angir den minste, nødvendige bruk av vare 1 som innsatsfaktor i produksjonen av *y*-varen. (Vi kunne ha satt $v \geq v^0$, men all bruk av vare 1 som innsatsfaktor utover v^0, vil gi mindre til konsum av vare 1.) Noen vil også si at modellen nå har én frihetsgrad. Uten krav består modellen av 6 likninger og 8 variable. Når vi binder opp *y*, slik vi har gjort, samtidig som vi dermed også determinerer eller binder opp *v*, ender vi opp med én frihetsgrad. (De som ender opp med at vi ikke har frihetsgrader igjen, de vil antakelig være F-kandidater.) Planleggings-eller allokeringsproblemet er da: $Max_{n_1 \in [0,n]} U(F(n_1) - v^0, G(n - n_1))$.

Dette problemet har en (indre) løsning når (7) er oppfylt. Hva sier denne?

- Marginal substitusjonsbrøk mellom vare 1 og vare 2 i konsumet er lik den marginale transformasjonsbrøk mellom de samme to varene. Kan illustreres som tangering mellom en (høyest oppnåelig) indifferenskurve for nyttefunksjonen og produksjonsmulighetskurven. I tangeringspunktet er det antall enheter av vare 1 forbrukeren er villig til å bytte bort for en marginal enhet av vare 2, akkurat lik det realøkonomiske bytteforholdet i produksjonen; den marginale transformasjonsbrøk. Denne gjenspeiler den marginale alternativkostnaden; dvs. hva en marginal økning i produksjonen av vare 2 med en enhet, vil kreve, nemlig $\frac{1}{G'(n_2)}$ flere timer. Pga. ressursskranken (6), må disse timene tas fra sektor 1, der hver marginale time gir $F'(n_1)$ flere enheter av vare 1. Total nedgang i produksjonen av vare 1, per enhets økning i produksjonen av vare 2, eller den marginale alternativkostnaden (grensekostnaden) er dermed gitt ved uttrykket på høyre side av (7).
- Betingelsen kan også illustreres i et badekardiagram, med bredde lik den gitte tilgangen på arbeidskraft, med $\frac{\partial U}{\partial c_1} \cdot F'(n_1)$ avtakende med n_1, og tilsvarende $\frac{\partial U}{\partial c_2} \cdot G'(n_2)$ avtakende i n_2.

Here bør en kunne forklare at $\frac{\partial U}{\partial c_1} \cdot F'(n_1)$ angir samlet nytteøkning per marginale time i produksjonen av vare 1. $F'(n_1)$ angir hvor mange enheter av vare 1 som frembringes av den marginale timen, mens grensenytten angir økning i nytte per marginale økning i konsumet av vare 1. Produktet av de to gir dermed samlet nytteøkning per ekstra time brukt i produksjonen av vare 1. Optimum er kjennetegnet ved at den siste timen gir like stor nytteøkning uansett hvor den brukes, slik vi kan tegne inn i et badekardiagram

- En tredje måte å illustrere løsningen på er i en figur der vi tegner inn bytteforholdet *MBV* eller *MSB* for vare 2 (i enheter av vare 1) som synkende i konsumet av vare 2, og marginalkostnaden (*MTB*) eller marginal alternativkostnad som stigende i produksjonen av vare 2; slik som antydet under:



Om (7) ikke er oppfylt, vil en omrokkering av timebruken gi høyere nytte.
(Denne avveiningen har studentene sett en rekke ganger; de som bommer her, er F-kandidater, men vurder hva de skriver – det kan ligge noen "gullkorn" selv for dem som ikke klarer mer enn dette spørsmålet.)

b) Med de antakelsene som modellen bygger på, sier velferdsteoriens 1.hovedteorem at en markedslikevekt gir en samfunnsøkonomisk effektiv allokering. Dette kan vises fra følgende resonnement: Konsumenten maksimerer $U(c_1, c_2; y^0)$ til gitt inntekt og gitte priser; dvs. $p_1c_1 + p_2c_2 = R - T$, der T er lump-sum skatten, mens R er inntekt, eller verdien av eierrettigheter; $R = wn + \pi_1(w, p_1) + \pi_2(w, p_2)$, gitt som summen av lønnsinntekt og profittinntekter (maksimerte profitter i de to sektorene). En indre nyttemaksimerende tilpasning er kjennetegnet ved $\frac{\frac{\partial U}{\partial c_2}}{\frac{\partial U}{\partial c_1}} = \frac{p_2}{p_1}$ som sammen med budsjettbetingelsen $p_1c_1 + p_2c_2 = R - T$, gir etterspørselsfunksjonene $c_1(p_1, p_2, R - T)$ og $c_2(p_1, p_2, R - T)$.

Bedriftene maksimerer profitt til gitte priser: I sektor 1 velges arbeidsinnsats slik at $p_1F(n_1)-wn_1$ maksimeres. Den profittmaksimerende bruk av arbeidskraft er gitt fra $p_1F'(n_1)=w$, som gir etterspørsel etter arbeidskraft, $n_1(w,p_1)$, tilbud av det ferdige produktet, $x_1(w,p_1):=F(n_1(w,p_1))$, samt maksimal profitt $\pi_1(w,p_1):=p_1\cdot x_1(w,p_1)-wn_1(w,p_1)$. Tilsvarende finner vi for bedriftene i sektor 2: Tilpasningen gitt ved $p_2G'(n_2)=w$ som gir faktoretterspørsel, produkttilbud og maksimal profitt: $n_2(w,p_2), x_2(w,p_2)$ & $\pi_2(w,p_2)$.

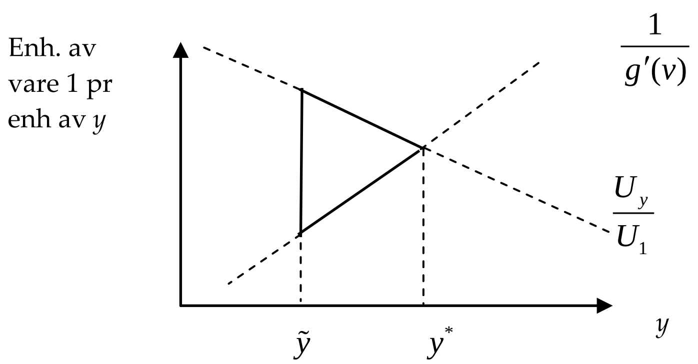
Med et gitt tilbud av *y*-varen, der $v^0=g^{-1}(y^0)$, vil vi ha følgende sammenhenger i generell likevekt, der de to første er likevektsbetingelser i de "private" varemarkedene, den tredje sammenhengen viser offentlig budsjettbalanse, den fjerde viser hvordan inntekten skapes, mens den femte er likevektsbetingelsen i arbeidsmarkedet:

$$
\begin{aligned}
&c_1(p_1,p_2,R-T)+v^0=x_1(w,p_1)\\
&c_2(p_1,p_2,R-T)=x_2(w,p_2)\\
&p_1v^0=T\\
&R=wn+\pi_1(w,p_1)+\pi_2(w,p_2)\\
&n_1(w,p_1)+n_2(w,p_2)=n
\end{aligned}
$$

Pga. Walras' lov, utgjør dette systemet kun fire uavhengige likninger mellom fire variable. (Bruker vi husholdningens budsjettbetingelse, hvordan privatdisponibel inntekt er fremkommet og offentlig budsjettbalanse, har vi: $p_1c_1+p_2c_2=wn+(p_1x_1-wn_1)+(p_2x_2-wn_2)-p_1v^0$. Ordner vi denne: $p_1\cdot(x_1-c_1-v^0)+p_2\cdot(x_2-c_2)+w\cdot(n-n_1-n_2)=0$. Hvis to av markedene er i likevekt, må det tredje også være i likevekt. Vi har fire uavhengige likninger som maksimalt kan bestemme fire variable, med v^0 som eksogent bestemt. Bare relative priser, realinntekt og realskattebeløp blir bestemt i likevekt. Hvis vi velger å måle alle priser og inntekter i enheter av vare 1, kan vi sette $p_1=1$ (numéraire), og i likevekt bestemmes da: w,p_2,R,T, alle i enheter av vare 1, og for gitt y^0 eller v^0.

Med disse likevektsrealprisene, vil: $\frac{U_2}{U_1}=p_2=\frac{F'(n_1)}{G'(n_2)}=\frac{\frac{w}{1}}{\frac{w}{p_2}}=p_2$, der vi har brukt $U_i:=\frac{\partial U}{\partial c_i}$. Tilpasning til disse likevektsrealprisene leder aktørene til å ta beslutninger i overensstemmelse med betingelser for effektiv bruk av den knappe arbeidskraftstilgangen, for et gitt offentlig forsyningskrav.

c) Avveiningen bak spørsmålet om optimal forsyning av y-varen, er knyttet til hvor bruken av arbeidskraft kaster mest av seg. Vi har nå to frihetsgrader, og vi trenger ytterligere to betingelser for å få en entydig allokering. (7) og (8) er de to betingelsene som sikrer en effektiv bruk av arbeidskraften og en effektiv anvendelse av tilgangen på vare 1. Allokeringsproblemet er: $Max_{\{v\in[0,F(n_1)],n_1\in[0,n]\}} U(F(n_1)-v, G(n-n_1); g(v))$.
(Antar indre løsning.) Når produktfunksjonen for vare 2 ikke påvirkes av omfanget av y, er valget knyttet til bruk av arbeidskraft til å produsere vare 1 som på sin side kan brukes direkte til konsum eller som vareinnsats i produksjonen av y-varen, samtidig som økt n_1 gir mindre av vare 2, gjennom lavere n_2. For optimal forsyning av y-varen (og dermed optimalt nivå på anvendelsen av vare 1 som innsatsfaktor) forteller (7) oss, som under a), hvordan arbeidskraften bør fordeles for å få avstemt marginalt bytteforhold mellom de to konsumvarene mot marginal alternativkostnad.
For gitt produksjon av vare 1 eller vare 2, bestemt av hvordan arbeidskraften er fordelt, sier avveiningen i (8) hvordan den gitte tilgangen av vare 1 bør anvendes, enten direkte som konsum (c_1), eller som vareinnsats til fremstilling av y. Avveiningen sier at det marginale bytteforholdet på konsumsiden mellom vare 1 og y-varen; eller det antall enheter av vare 1 konsumenten er villig til å bytte bort for ytterligere en enhet av y, akkurat er lik det antall enheter av vare 1 som kreves som innsatsfaktor for en enhets marginal økning i forsyningen av y. Denne avveiningen kan enkelt illustreres som i figuren under, der optimal forsyning av y-varen er gitt ved y^*, bestemt av (1) – (8), mens $\tilde{y}$ er et suboptimalt nivå.



d) Siden vi for alle forsyningsnivåer mellom det underoptimale $\tilde{y}$ og det optimale y^* har at marginal betalingsvilje for y i enheter av vare 1 overstiger det marginale ressurskravet eller marginal ressurskostnad, gitt ved $\frac{1}{g'(v)}$, vil det antall enheter forbrukeren maksimalt er villig til å gi opp av vare 1 – uten at nyttenivået går ned – være større enn det som kreves for å produsere ytterligere en marginal enhet av y-varen. Så lenge vi produserer under det optimale nivået, vil det derfor være mulig å frembringe en økning i y samtidig som nytten til forbrukeren kan øke. For hver enhet som produseres mellom $\tilde{y}$ og y^*, skapes et overskudd i enheter av vare 1, gitt som $\frac{U_y}{U_1} - \frac{1}{g'(v)}$, som tilsier at så lenge dette er større enn null, har vi en ineffektiv ressursbruk. Forbrukeren er villig til å gi opp $\frac{U_y}{U_1}$ enheter av vare 1 per enhets økning i y, mens det realøkonomisk koster kun $\frac{1}{g'(v)}$ enheter av vare 1 å frembringe en marginal enhet av det offentlig-forsynte godet. Effektivitetstapet kan dermed angis ved arealet av den trekanten som er omsluttet av de tykke linjene i figuren over.

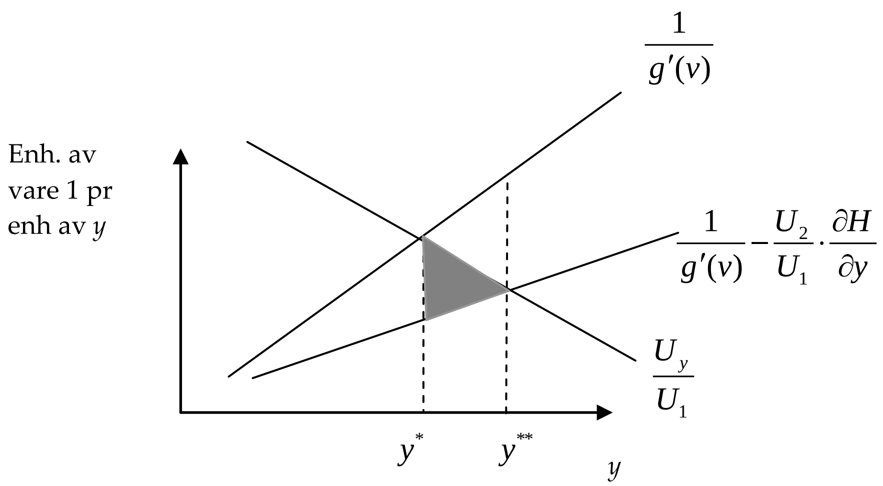
e) Når vi innfører (2)′, er maksimeringsproblemet:

$$\mathop{Max}_{\{v\in[0,F(n_1)],n_1\in[0,n]\}} U(F(n_1)-v, H(n-n_1; g(v)); g(v)) \,.$$

Igjen, fordi det er to frihetsgrader, trenger vi ytterligere to betingelser for å få en entydig allokering. Dermed vil (1), (2)′, (3), (4), (5), (6), (7) og (8)′, dvs. åtte betingelser mellom like mange variable, fastlegge den effektive allokeringen i denne økonomien. Det nye nå er at forsyningen av y-varen virker positivt inn på produksjonen av vare 2; en positiv ekstern virkning som kommer til syne på høyre side av (8)′. Denne positive effekten får betydning for hvordan en optimal mengde av vare 1 bør anvendes. Hva er tolkningen av det siste leddet i (8)′?

Som tidligere har vi at marginal betalingsvilje for y i enheter av vare 1, $\frac{U_y}{U_1}$ skal balanseres mot en marginalkostnad som nå består av den marginale ressurskostnaden $\frac{1}{g'(v)}$, men med et fradrag, gitt ved $\frac{U_2}{U_1}\cdot\frac{\partial H}{\partial y}$. Den samfunnsmessige merkostnaden ved produksjon av ytterligere en enhet av y-varen, er dermed $\frac{1}{g'(v)} - \frac{U_2}{U_1}\cdot\frac{\partial H}{\partial y}$, i enheter av vare 1, og som er lavere enn den direkte marginale ressurskostnaden. Siden (8)′ forteller hvordan en optimal (gitt) tilgang av vare 1 bør anvendes enten som konsum c_1 eller som vareinnsats i forsyningen av y, ser vi at utover den marginale ressurskostnaden er det et fradrag som vi kan gi følgende tolkning: Når y øker marginalt med en enhet, vil tilgangen på vare 2 (utilsiktet) øke med $\frac{\partial H}{\partial y}$; dette er en gevinst produsentene av vare 2 får vederlagsfritt. Den nyttemessige verdsettingen av denne økningen i tilgangen på vare 2, målt i enheter av vare 1, er gitt ved $\frac{U_2}{U_1}\cdot\frac{\partial H}{\partial y}$. For gitt nyttenivå er forbrukeren villig til maksimalt å gi opp $\frac{U_2}{U_1}$ enheter av vare 1 per enhets økning i tilgangen av vare 2. Det totale antall enheter forbrukeren er villig til å gi opp av vare 1, for gitt nyttenivå, når y øker marginalt, er da $\frac{U_2}{U_1}\cdot\frac{\partial H}{\partial y}$. Dermed følger det at den samfunnsøkonomiske merkostnaden av å øke y med en enhet, er gitt som høyre side i (8)′. Denne positive eksterne virkningen innebærer at for en gitt tilgang av vare 1, vil en større andel av x_1 bli brukt som innsatsfaktor i produksjonen av y-varen.

f) Det er lett å se i en figur hva effektivitetstapet er av at det brukes for lite av vare 1 i produksjonen av y-varen. Lar vi den nye optimale forsyningen av y være y^{**}, fra (8)′, mot y^* fra tidligere; jfr. (8), kan vi illustrere sammenlikningen i en figur.



Av samme grunner som antydet tidligere, vil effektivitetstapet av å beholde forsyningen av y på nivået y^* og ikke på det nye optimale nivået y^{**}, kunne angis ved det skraverte arealet.

Oppgave 2
Her er det viktig å få fram at en ikke-vridende skatt er en skatt med kun (ønskede) inntektseffekter; skatteyter kan ikke gjennom egen tilpasning påvirke skattebeløpet (en vanlig lump-sum skatt). En vridende skatt er en skatt der skatteyter gjennom egen tilpasning vil kunne påvirke skattebeløpet. Det som skaper et problem er substitusjonseffekten, som bidrar til å blokkere samfunnsøkonomisk effektiv ressursbruk. Det kan her gis eksempler på skatt på lønnsinntekt som en vridende skatt. Siden lønn etter skatt er lavere enn bruttolønn (som vi kan ta som uttrykk for den reelle verdiskaping), vil skatt på lønnsinntekt, gjennom en uheldig substitusjonseffekt, gi for stor etterspørsel etter fritid. Samfunnsøkonomisk lønnsom arbeidstid vil ikke bli utført. En vridende skatt vil gi dermed gi lavere skatteinntekt enn hva en nytteekvivalent lump-sum skatt ville ha kunnet gi. Dermed påføres vi et samfunnsøkonomisk tap.
Noen vil kanskje vise tapet ved en vareavgift der ekvivalent variasjon overstiger skatteinntekten; og at effektivitetstapet er mindre jo mer uelastisk kompensert etterspørsel er. Men for å få fram forskjellen mellom en vridende og ikke-vridende avgift, må en se på varer med fullstendig uelastisk kompensert etterspørsel og mer elastisk kompensert etterspørsel.
(Her er det fritt fram for studenten å vise hvordan han/hun vil forklare forskjellen.)

Vurdering av oppgave:
Denne er midt i pensum; det er en type problem de har sett før og skulle ha gjort flere ganger. Dermed er det nok mange som kommer til å få mye til, og derfor er det viktig å lete opp utsagn som kan avsløre i begge retninger.

Karaktersetting:
Det er alltid vanskelig i forkant å vite hvordan oppgaven vil slå ut. Men det er opplagt at de som ikke kommer i gang i det hele tatt med oppgave 1 og som roter, bør få F, men let etter "gullkorn" som kanskje kan redde kandidaten til en E.
C og D-besvarelser har med noen tolkninger og riktige forklaringer, men er noe upresis. (De har ikke fullstendige.)
A og B-besvarelser er selvsagt gode; de må skilles gjennom enkeltutsagn og "modenhet".