Universitetet i Oslo
Økonomisk institutt

Bokmål

ECON3120/4120 Matematikk 2

Tirsdag 2. juni 2009, 14.30–17.30.

Oppgavesettet er på 2 sider.

Alle trykte eller skrevne hjelpemidler samt lommeregnere er tillatt.

Alle svar skal begrunnes.

Karakterskalaen går fra A til F, med A som beste karakter
og E som dårligste ståkarakter.

Oppgave 1

Funksjonen f er definert over hele xy-planet ved

$$f(x,y) = e^{3x} + 3ye^x - y^3 \, .$$

(a) Beregn de partielle deriverte av f av første og annen orden.

(b) Finn eventuelle stasjonære punkter for f og avgjør om de er lokale maksimumspunkter, lokale minimumspunkter eller sadelpunkter.

(c) Nivåkurven $f(x,y) = 3$ går gjennom punktet $(x,y) = (0,-2)$. Finn ligningen for tangenten til nivåkurven i dette punktet.

Oppgave 2

La $f(x) = x^2 e^x$ for alle x.

(a) Over hvilket av intervallene $I_1 = (-\infty, -2)$, $I_2 = (-\infty, 0)$ og $I_3 = (-2, \infty)$ har f en omvendt funksjon?

(b) La g være den omvendte funksjonen til f og la x_0 være et punkt der $f'(x_0) \neq 0$. Finn et uttrykk for $g'(f(x_0))$.

(Forts.)

Oppgave 3

(a) Bruk Gauss-eliminasjon til å finne en nødvendig og tilstrekkelig betingelse for at det lineære ligningssystemet

$$\begin{aligned} x + y - 3z &= a \\ x - 3y + 4z &= b \\ 3x - y - 2z &= c \end{aligned}$$

skal ha minst en løsning.

(b) Betrakt matrisene

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ r & 3 & -1 \\ 1 & s & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{og} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & t & -19 \\ 1 & -4 & u \\ -1 & 5 & 11 \end{pmatrix}.$$

Beregn matriseproduktet $\mathbf{AB}$. Hvis $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$, hva er da verdiene av r, s, t og u?

Oppgave 4

(a) Finn integralet $\displaystyle\int \frac{t+1}{t(1+te^t)}\,dt$.

(*Vink:* Forsøk med substitusjonen $u = 1 + te^t$.)

(b) Finn den allmenne løsningen av differensialligningen

$$t(1+te^t)\dot{x} = x^2(1+t)\,. \qquad (*)$$

(c) Differensialligningen $(*)$ har en løsningskurve som går gjennom punktet $(1, 1)$. Finn en ligning for tangenten til denne kurven i det punktet.