Universitetet i Oslo
Økonomisk institutt

Nynorsk

ECON3120/4120 Matematikk 2

Tysdag 2. juni 2009, 14.30–17.30.

Oppgåvesettet er på 2 sider.

Alle trykte eller skrivne hjelpemiddel samt lommereknarar er tillatne.

Alle svar skal grunngjevast.

Karakterskalaen går frå A til F, med A som den beste karakteren
og E som den dårlegaste ståkarakteren.

Oppgåve 1

Funksjonen f er definert over heile xy-planet ved

$$f(x, y) = e^{3x} + 3ye^x - y^3 .$$

(a) Rekn ut dei partielle deriverte av f av fyrste og andre orden.

(b) Finn eventuelle stasjonære punkt for f og avgjer om dei er lokale maksimumspunkt, lokale minimumspunkt eller sadelpunkt.

(c) Nivåkurva $f(x, y) = 3$ går gjennom punktet $(x, y) = (0, -2)$. Finn likninga for tangenten til nivåkurva i dette punktet.

Oppgåve 2

Lat $f(x) = x^2e^x$ for alle x.

(a) Over kva for eit av intervalla $I_1 = (-\infty, -2)$, $I_2 = (-\infty, 0)$ og $I_3 = (-2, \infty)$ har f ein omvendt funksjon?

(b) Lat g vere den omvendte funksjonen til f og lat x_0 vere eit punkt der $f'(x_0) \neq 0$. Finn eit uttrykk for $g'(f(x_0))$.

(Framh.)

Oppgåve 3

(a) Bruk Gauss-eliminasjon til å finne eit nødvendig og tilstrekkelig vilkår for at det lineære likningssystemet

$$\begin{aligned} x + y - 3z &= a \\ x - 3y + 4z &= b \\ 3x - y - 2z &= c \end{aligned}$$

skal ha minst ei løysing.

(b) Sjå på matrisene

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ r & 3 & -1 \\ 1 & s & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{og} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & t & -19 \\ 1 & -4 & u \\ -1 & 5 & 11 \end{pmatrix}.$$

Rekn ut matriseproduktet $\mathbf{AB}$. Dersom $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$, kva er da verdiane av r, s, t og u?

Oppgåve 4

(a) Finn integralet $\displaystyle\int \frac{t+1}{t(1+te^t)}\,dt$.

(*Vink:* Prøv med substitusjonen $u = 1 + te^t$.)

(b) Finn den allmenne løysinga av differensiallikninga

$$t(1+te^t)\dot{x} = x^2(1+t)\,. \tag{$*$}$$

(c) Differensiallikninga $(*)$ har ei løysingskurve som går gjennom punktet $(1, 1)$. Finn ei likning for tangenten til denne kurva i det punktet.